Maths BAC PRO Term

Programme 2011

Livre du professeur

Sous la direction de
Christophe Rejneri
Professeur au lycée professionnel Hélène Boucher, Vénissieux
Formateur à l'Université Claude Bernard, Lyon 1

Par
Stéphane Bourdin
Professeur au lycée professionnel Jean Monnet, Yzeure
Sylam Dar-Roux
Professeur au lycée professionnel Edmond Labbé, Oullins
Françoise Dufau
Professeur au lycée professionnel Saint Jacques de Compostelle, Puy en Velay
David Guillemenet
Professeur au lycée professionnel Louis Armand, Villefranche-sur-Saône
Florence Larrouturou
Professeur au lycée Français de Pondichéry, Inde
Pierre Larrouturou
Professeur agrégé
Pierre Lenoir
Professeur au lycée professionnel Georges Lamarque, Rillieux-la-Pape
Christian Meilland
Professeur au lycée professionnel Alfred de Musset,Villeurbanne
Jean-Philippe Perret
Professeur certifié, TZR Grand Lyon
Sophie Tardy-Nouet
Professeur au lycée professionnel Édouard Branly, Lyon

8, RUE FÉROU 75278 PARIS CEDEX 06
WWW.EDITIONS-BELIN.COM

Belin
ÉDITEUR INDÉPENDANT
DEPUIS 1777

Toutes les références à des sites Internet présentées dans cet ouvrage ont été vérifiées attentivement à la date d'impression. Compte tenu de la volatilité des sites et du détournement possible de leur adresse, les éditions Belin ne peuvent en aucun cas être tenues pour responsables de leur évolution. Nous appelons donc chaque utilisateur à rester vigilant quant à leur utilisation.

ISBN : 978-2-7011-5907-2

SOMMAIRE

Domaine 1 Statistique et Probabilités

Présentation du domaine 7

Groupements A, B et C **Chapitre 1** Statistique à deux variables

Corrigés du chapitre

Je découvre . . . . . 13 – 14
Je m'entraîne . . . . . 15 – 22
Je résous . . . . . 22 – 24
J'apprends avec les TIC . . . . . 25 – 26

Groupements A, B et C **Chapitre 2** Probabilités

Corrigés du chapitre

Je découvre 27
Je m'entraîne . . . . . 28 – 30
Je résous . . . . . 31 – 32
J'apprends avec les TIC 33

Domaine 2 Algèbre – Analyse

Présentation du domaine . . . . . 35 – 40

Groupements A, B et C **Chapitre 3** Suites numériques

Corrigés du chapitre

Je découvre 41
Je m'entraîne . . . . . 42 – 46
Je résous . . . . . 46 – 47
J'apprends avec les TIC 48

Groupements A, B et C **Chapitre 4** Fonction dérivée et étude de fonctions

Corrigés du chapitre

Je découvre . . . . . 49 – 51
Je m'entraîne . . . . . 51 – 58
Je résous . . . . . 59 – 60
J'apprends avec les TIC . . . . . 61 – 64

Groupements A et B **Chapitre 5** Fonctions logarithmes et exponentielles

Corrigés du chapitre

Je découvre .... 65 – 67
Je m'entraîne .... 68 – 73
Je résous .... 74 – 75
J'apprends avec les TIC 76

Groupement C **Chapitre 5** Fonctions exponentielles de base *q* et logarithme décimal

Corrigés du chapitre

Je découvre .... 77 – 79
Je m'entraîne .... 79 – 81
Je résous .... 82 – 83
J'apprends avec les TIC .... 83 – 84

Domaine 3 Géométrie

Présentation du domaine .... 85 – 86

Groupement B **Chapitre 6** Géométrie, repérage et vecteurs dans l'espace

Corrigés du chapitre

Je découvre .... 87 – 88
Je m'entraîne .... 88 – 93
Je résous 93
J'apprends avec les TIC 94

Groupement A **Chapitre 7** Trigonométrie

Corrigés du chapitre

Je découvre .... 95 – 96
Je m'entraîne .... 96 – 101
Je résous .... 102 – 103
J'apprends avec les TIC 104

Préparation aux STS

Présentation des chapitres STS .... 105 – 110

Groupements A et B **Chapitre 8** Produit scalaire

Corrigés du chapitre

Activité.. 111

Je m'entraîne .... 111 – 114

Groupements A et B **Chapitre 9** Nombre complexes

Corrigés du chapitre

Activité.. 115

Je m'entraîne .... 115 – 118

Groupements A et B **Chapitre 10** Calcul intégral

Corrigés du chapitre

Activité.. 119

Je m'entraîne .... 119 – 123

Groupement C **Chapitre 6** Fonctions logarithme népérien et exponentielles de base *e*

Corrigés du chapitre

Activité.. 125 – 126

Je m'entraîne .... 126 – 132

Groupement C **Chapitre 7** Primitives

Corrigés du chapitre

Activité.. 133

Je m'entraîne .... 133 – 136

Annexes : Programme... 137 – 155

Présentation DOMAINE 1

STATISTIQUE ET PROBABILITÉS

En classe de terminale, ce domaine se compose de deux modules : *Statistique à deux variables* et *Probabilités*. Tous deux font partie du programme de tronc commun (TC).
L'objectif reste identique à celui des deux classes précédentes : fournir des outils pour comprendre le monde, décider et agir dans la vie quotidienne.
Le module *Statistique à une variable* étudie d'éventuelles liaisons entre deux variables décrivant une même population. L'un des objectifs est d'obtenir un « modèle théorique » d'une situation, qui permettra d'interpoler ou d'extrapoler, voire de faire des prévisions. Un lien de causalité assez simple pourra être défini entre certains événements. L'usage des TIC est indispensable.
Le module *Probabilités* se situe dans la continuité de l'étude des fluctuations d'échantillonnage menée en classe de seconde et approfondie en première. L'objectif est de décrire quelques expériences aléatoires simples à mettre en œuvre et à calculer des probabilités.

Groupements A, B et C — CHAPITRE 1 — STATISTIQUE A DEUX VARIABLES p. 9

• Priorités pour les élèves

– Savoir représenter une série statistique par un nuage de points.
– Reconnaître une série chronologique en sachant, par exemple, définir la variable « liée au temps ».
– Savoir déterminer les coordonnées du point moyen d'un nuage.
– Savoir analyser la forme du nuage pour justifier de la pertinence d'un ajustement affine.
– Savoir utiliser les TIC pour effectuer un ajustement affine (d'autres types d'ajustements étant abordés dans des exercices guidés).
– Utiliser un ajustement pour faire des estimations.

• Points délicats

Aborder la notion d'ajustement

Ce chapitre est assez court et sans grandes difficultés théoriques. L'objectif principal est ici de présenter la droite d'ajustement comme une droite dont l'équation réduite donne une relation approchée entre les deux caractères étudiés. La méthode de Mayer, « peu performante », et le coefficient de corrélation sont hors programme. La question de la pertinence d'un ajustement doit se baser sur la seule analyse de la forme du nuage de points représentant la série étudiée. Il semble donc important de proposer des nuages de formes diverses afin de s'interroger sur le positionnement des points de ce nuage, de ne pas oublier de montrer des nuages très « dispersés » où aucun ajustement ne semble adapté.
Toute explication théorique autour de la « méthode des moindres carrées » est ici exclue. Il est donc difficile expliciter la définition de droite d'ajustement : « la droite passant au plus près des différents points du nuage ». Les premiers travaux des élèves pourront donc s'appuyer sur leurs connaissances dans les sciences expérimentales (caractéristique d'un dipôle linéaire, détermination expérimentale de l'indice de réfaction, etc.), afin que la démarche expérimentale soit reconnue : représenter les données récoltées puis effectuer des tracés

au jugé pour tenter d'établir une « loi ». Commencer par présenter des exemples où l'alignement est presque parfait, l'idée de tracer une droite devient alors évidente. Il semble important d'insister sur l'obligation pour une telle droite de passer par le point moyen du nuage. Confronter enfin l'équation de la droite d'ajustement tracée au jugé avec celle de la droite d'ajustement donnée par les TIC.
La méthode sur les ajustements affines étant comprise, les élèves pourront, assistés d'un logiciel tableur, suivre la même démarche pour effectuer un ajustement affine ou d'autres types d'ajustements dans des exercices plus guidés.

Comment estimer ?
Cet aspect purement technique ne doit pas être négligé. Les élèves doivent déduire de l'équation de la courbe d'ajustement une relation approchée entre les deux caractères étudiés. Ils doivent comprendre que cette relation permet alors de donner une valeur approchée de l'un des deux caractères, connaissant la valeur pour l'autre. Ce passage du « discret » au « continu » est assez délicat. Là encore s'appuyer sur des thèmes liés aux sciences expérimentales rendra la démarche plus naturelle.

Pourquoi estimer ?
Ce questionnement est au cœur du chapitre. Insister sur l'interprétation de l'estimation faite est essentiel.
Les exercices devront donc proposer des thèmes variés (domaines professionnels, sciences expérimentales, loisirs) où ces estimations prendront tout leur sens. Les séries chronologiques sont des exemples très parlants pour mettre en place la notion de prévision. Il faut donc prendre un temps pour introduire ces séries chronologiques : analyser les caractères étudiés, bien définir la variable en lien avec le caractère dépendant du temps.
Comparer les estimations faites aux données réelles pour confirmer ou non la pertinence de l'ajustement choisi est une étape importante. Comparer la justesse des différents ajustements faits sur un même nuage de points sera aussi intéressant pour illustrer l'importance du choix d'un modèle. Dans ce cadre, on distinguera les deux types d'estimations : l'interpolation, qui donne souvent une valeur approchée assez fiable dès lors que l'ajustement choisi est pertinent ; et l'extrapolation, qui donne une prévision qui n'est pertinente que si la tendance dégagée par ajustement se confirme et que l'on ne s'écarte pas trop des données recueillies. Là encore il est important de varier les domaines d'études pour montrer le systématisme de la démarche.

- **Stratégie adoptée dans le manuel**

Utilisation des TIC
L'utilisation des TIC dans ce chapitre permet de rejoindre la pratique professionnelle des statistiques en même temps qu'elle est indispensable pour déterminer les équations des courbes d'ajustements. Aucune connaissance théorique n'étant abordée sur la méthode d'ajustement par les moindres carrées, les TIC sont donc le seul moyen d'obtenir une relation approchée entre les deux caractères étudiés.
La calculatrice apparaît souvent un outil suffisant et adapté pour les séries comportant peu de données et nécessitant un ajustement affine. Cependant, les logiciels de type

tableur gardent plusieurs avantages, surtout lorsqu'on étudie des séries plus « lourdes » (ne serait-ce que pour représenter le nuage de points et interpréter sa forme) ou lorsque l'on souhaite effectuer un ajustement polynomial ou exponentiel.
C'est pourquoi nous avons varié les outils TIC, en choisissant celui le plus adapté à l'exercice proposé : la calculatrice pour le traitement de quelques données, un logiciel de type tableur plus adapté pour représenter une série avec un nombre important de données et pour effectuer et comparer différents types d'ajustements.
Les premières activités (Activité 2 du CD-Rom), et les exercices résolus de « Je dois être capable de » (p. 13 à 17) détaillent précisément les manipulations à faire et les différentes fonctionnalités à connaître. Par contre, les derniers exercices (« Je m'entraîne» et « Je résous ») sont beaucoup moins guidés, les élèves devenant très vite autonomes dans l'utilisation des TIC pour effectuer un ajustement.

Effectuer un ajustement
Nous avons fait le choix d'introduire tout le vocabulaire et les notions de ce chapitre à partir d'une situation très connue des élèves : « la caractéristique d'un dipôle ohmique » (activité 1 p. 10). Ils peuvent alors mettre en place toute la démarche, dans un cadre où toutes les étapes ont du sens. Le tracé de la droite d'ajustement s'impose de lui-même et les estimations se font très naturellement. Une deuxième activité (p. 11) complète la problématique, en proposant différents nuages représentant des séries chronologiques. Après une introduction sur la variable définie pour étudiée ce type de séries doubles, l'analyse de la forme du positionnement des points permet de conjecturer s'il existe ou non une relation entre les deux caractères étudiés.
Il est important d'illustrer tout l'intérêt de procéder à une estimation et de mettre l'accent sur son interprétation. Les exercices proposés dans le manuel abordent des thèmes très variés issus des sciences expérimentales, du monde professionnel, mais aussi des exemples plus ludiques autour des loisirs et de la société.

Extrapolation et Interpolation
Nous avons fait le choix de présenter des exercices de synthèse où l'on effectue différents types d'ajustement, afin de comparer leur pertinence.
Assistés des TIC, les élèves prennent conscience de la notion de « modèle », perçoivent les limites d'un ajustement affine dans certaines situations où, à première vue, il semblait adapté.
Dans ces exercices s'illustre la différence entre les deux types d'estimations : interpolation et estimation. Pour les élèves, l'interpolation manque à priori d'intérêt, l'estimation étant avant tout synonyme de prévision. C'est pourtant à partir d'interpolations et de comparaisons aux données réelles, que les élèves pourront faire le choix du « modèle » le plus adapté.
En fin de chapitre, nous avons souhaité proposer deux exercices qui élargissent la problématique de l'estimation :
– un exercice utilisant les TIC (exercice 40 p. 26), afin d'affiner les estimations obtenues en tenant compte des « variations saisonnières » ;
– un problème sur la démographie mondiale (exercice 39 p. 25) afin de montrer, sur un thème fort, qu'un modèle qui semble être adapté pour faire des interpolations, s'avère ne plus être pertinent sur des prévisions à plus long terme (de nombreux facteurs entrant en ligne de compte dans les problématiques démographiques, il est parfois difficile de prévoir avec une seule relation d'ajustement).

Groupements A, B et C **CHAPITRE 2** **PROBABILITES** p. 27

• Priorités pour les élèves

– Maitriser le passage du langage probabiliste au langage courant et réciproquement.

– Calculer la probabilité d'un événement par addition des probabilités d'événements élémentaires.

– Calculer la probabilité d'un événement en utilisant l'événement contraire ou la réunion d'événements incompatibles.

– Utiliser la formule reliant les probabilités de $A \cup B$ et de $A \cap B$.

– Reconnaître et réinvestir des situations de probabilités issues d'expériences aléatoires connues comme une situation d'équiprobabilité.

• Points délicats

Faire le lien entre la notion de probabilité et la notion de fréquence d'apparition vue en Première

On poursuit ici le travail amorcé dès la classe de seconde. En effet, un des attendus du programme est d'établir la notion de probabilité d'un événement en lien avec les propriétés des fréquences. Pour cela, il est demandé d'observer la stabilité relative d'une fréquence lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois.

Il est essentiel que les élèves établissent le lien entre le domaine théorique des probabilités, celui du calcul *a priori*, et le domaine de l'observation, celui des statistiques et du calcul *a posteriori*.

Maîtriser la représentation la plus adaptée à la situation envisagée

L'une des plus grandes difficultés, pour un élève, dans les premiers calculs de probabilités, est de reconnaître le mode de représentation qui éclaircira la situation soumise. Choisir entre arbre, diagramme ou tableau à double entrée, n'est pas chose facile lorsqu'on débute. Cela ne comporte pas de réelle difficulté mais demande un vrai entraînement. C'est un point fondamental car, par une représentation claire et pertinente, on arrive souvent à la résolution du problème.

Utiliser la réunion et l'intersection de deux événements

Pour introduire les notions de réunion et d'intersection de deux événements, il est très facile d'utiliser la représentation des diagrammes de Venn, présentés dans l'activité 2 du CD-Rom. La difficulté réside ensuite dans l'utilisation de la propriété liant les probabilités de $A \cup B$ et de $A \cap B$ en faisant le lien avec les événements décrits.

Il est donc conseillé de prendre le temps de décrire, en langage courant, les unions ou intersections d'événements et réciproquement de formaliser par une union ou une intersection d'événements les situations rencontrées.

Utiliser les TIC pour simuler un tirage aléatoire

Il est essentiel que les élèves réinvestissent l'apprentissage qu'ils ont eu en première sur les fonctionnalités de leur calculatrice ou d'un logiciel tableur (fonctions ALEA, ENT, NB.SI, etc.). Cela leur permettra de pouvoir simuler des expériences simples comme le tirage d'un dé non truqué à 6 faces, ou de deux dés…

On renforcera ici la capacité de l'élève à faire le lien entre fréquence observée et probabilité de l'événement envisagé.

• Stratégie adoptée dans le manuel

Faire le lien avec le programme de première

Comme il est demandé dans le programme, l'introduction de la notion de probabilité se fait par l'observation de la stabilisation de la fréquence.

L'activité 1 reprend volontairement le contexte d'un exercice du manuel de première, en passant rapidement sur le traitement statistique pour aller vers la notion de probabilité.

Les activités 2 et 3 permettent d'introduire le langage probabiliste et les premiers calculs sur des situations simples faisant plus appel à l'intuition qu'à une réelle connaissance. Les probabilités sont un des domaines des mathématiques qui peuvent faire appel à des connaissances de culture générale dans une première approche. Il est souhaitable de pouvoir partir de cela pour intéresser les élèves.

Construire des connaissances de base sur la théorie probabiliste

Nous avons fait le choix, tout en restant exigeant sur la rigueur mathématique, de favoriser l'apprentissage de cette théorie en introduisant les notions par des exemples multiples et variés, puis d'énoncer comme conséquence les propriétés observées.

Il est important que les élèves comprennent les règles de base et identifient les différentes méthodes à travers des exemples et quelques propriétés énoncées. Il nous semble qu'un formalisme introduit trop tôt rendrait cet apprentissage plus difficile.

Des exercices contextualisés

Au delà des exercices classiques de lancers de dés et de tirages effectués dans une urne, un effort tout particulier a été fait pour donner aux exercices proposés des contextes ludiques et correspondant aux aspirations d'élèves de lycée professionnel.

Un premier domaine a été développé autour des biens de consommation : smartphones, baladeur mp4, cosmétiques…

Le second domaine concerne les jeux et les voyages : poker, jeu de rôle, vacances en Italie…

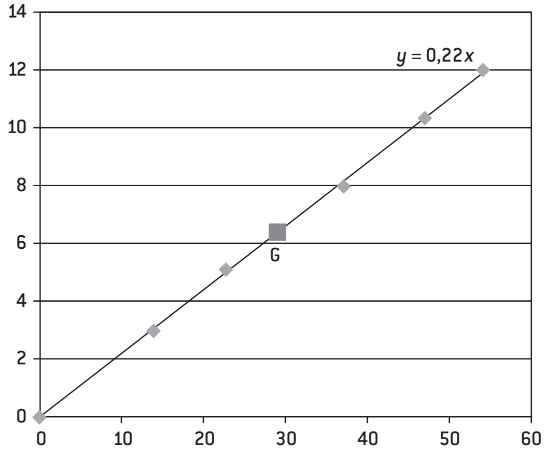
Cela permet de montrer à de jeunes citoyens combien les probabilités font partie de la culture et peuvent aussi permettre une meilleure connaissance du monde dans lequel ils vivent.

STATISTIQUE À DEUX VARIABLES

Je découvre pp. 10–11

Activité 1 Ohm, sweet Ohm

1.a. Ci-contre le nuage de points représentant la série statistique à deux variables I et U, où I est l'intensité du courant et U la tension aux bornes du dipôle.



b. Les différents points du nuage semblent être alignés.

2.a. Les moyennes respectives des intensités et des tensions relevées ont pour valeur :

$$I_{moy} = 2 \text{ et } U_{moy} = 6{,}4$$

On place sur le graphique le point moyen du nuage G de coordonnées (29,1 ; 6,4).

b. O étant l'origine du repère, la droite (OG) est la représentation graphique de la loi du dipôle Ohmique. Comme les points sont quasiment alignés et alignés avec l'origine, on peut donc dire que la tension aux bornes d'un conducteur ohmique est proportionnelle à l'intensité I du courant électrique qui le parcourt. L'équation réduite de la droite (OG) est de la forme $y = mx$.

Comme G appartient à cette droite, on a donc $m = \dfrac{6{,}4}{29{,}1} \approx 0{,}22$ (arrondi à 0,01 près).

Finalement (OG) a pour équation réduite : $y = 0{,}22x$.

c.

Intensité I (en mA)	0	13,8	22,7	37,0	47,0	54,1
Ordonnées des points de (OG) correspondants : y_i	0	3,036	4,994	8,14	10,34	11,902
Écarts $y_i - u_i$	0	0,036	– 0,106	0,14	0,04	– 0,098

On vérifie bien que ces écarts sont inférieurs à 0,15 V.

3. a. On en déduit donc la relation U = 0,22I (mais attention ici I est en mA). On reconnaît la loi d'Ohm. La résistance de dipôle ohmique est donnée par U = RI avec U en Volt et I en Ampère. Donc R = 220 Ω.

b. Pour une intensité I de 30 mA, on peut estimer que la tension U vaut environ 6,6 V (0,22 × 30) ; pour 65 mA, U = 14,3 V.

c. Pour une tension U de 6 V, on peut estimer que l'intensité I vaut environ 27,3 mA (car $\frac{6}{0{,}22} \approx 27{,}3$) ; pour U = 15 V, alors I ≈ 68,2 mA.

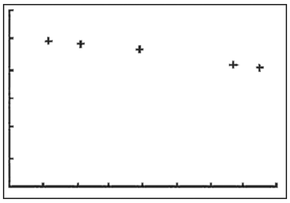
Activité 2 Prévoir des connexions

1. On lit le caractère *r* rang du mois sur l'axe des abscisses, et le caractère N nombre de connexions sur l'axe des ordonnées.
2. a. Cécile a créé son blog au mois de rang 2, c'est-à-dire au mois de février.
b. Noah et Inès ont oublié de noter le nombre de connexions du mois de rang 5, c'est-à-dire en mai.
c. Avril est le mois de rang 4, donc par lecture graphique c'est le blog d'Inès qui a été le plus visité ce mois là.
3. La forme du nuage correspondant au blog de Paul est très dispersée, il ne semble pas exister pour ce blog de lien entre le nombre de connexions et les rangs des mois.
4. a. Pour le blog d'Inès c'est la droite d'équation $y = -0{,}5x + 7{,}5$ qui semble passer au « plus près » des différents points du nuage.
Pour le Blog de Noah c'est la parabole d'équation $y = 0{,}25x^2 - 1{,}5x + 3{,}25$ et pour celui de Cécile c'est la droite d'équation $y = 0{,}5x + 1{,}5$.
b. On a donc la relation approchée entre le nombre de connexions mensuelles C en fonction du rang du mois *n*.
Pour le Blog d'Inès : $C \approx -0{,}5n + 7{,}5$; pour celui de Noah $C \approx 0{,}25n^2 - 1{,}5n + 3{,}25$;
et enfin pour celui de Cécile $C \approx 0{,}5n + 1{,}5$.
5 a. On peut donc estimer la donnée manquante pour Noah et Inès : le nombre de connexions au mois d'avril.
Pour Inès : $C \approx -0{,}5 \times 4 + 7{,}5 = 5{,}5$, donc il y a environ 550 connexions.
Pour Noah : $C \approx 0{,}25 \times 4^2 - 1{,}5 \times 4 + 3{,}25 = 1{,}25$, donc environ 125 connexions.
b. Le mois d'août est de rang 8. On peut estimer le nombre de connections sur chaque blog. Pour Inès : $C \approx -0{,}5 \times 8 + 7{,}5 = 3{,}5$, donc il y a environ 350 connexions.
Pour Noah : $C \approx 0{,}25 \times 8^2 - 1{,}5 \times 8 + 3{,}25 = 7{,}25$, donc environ 725 connexions.
Et pour Cécile : $C \approx 0{,}5 \times 8 + 1{,}5 = 5{,}5$, donc il y a environ 550 connexions.

30 **1.** On veut représenter l'évolution de la température en fonction de la profondeur.

a. La variable T (température) est donc associée à l'axe des ordonnées et on lit la variable P « profondeur » sur l'axe des abscisses.

b. À la calculatrice, on obtient le nuage de points ci-dessous.

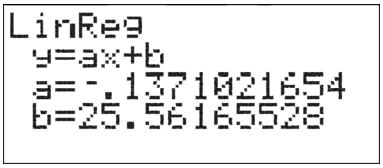


2. En analysant ce graphique :

a. on constate que la température de l'eau baisse lorsque la profondeur augmente.

b. les points du nuage sont quasiment alignés, on peut donc effectuer un ajustement affine.

3. a. À l'aide de la calculatrice, on obtient l'écran ci-contre. L'équation réduite de la droite d'ajustement est donc $y = -0{,}14x + 25{,}56$ (les coefficients étant arrondis au centième).



b. On en déduit donc la relation approchée:
$T \approx -0{,}14P + 25{,}56$ où T est la température de l'eau correspondant à une profondeur P (exprimée en mètres).

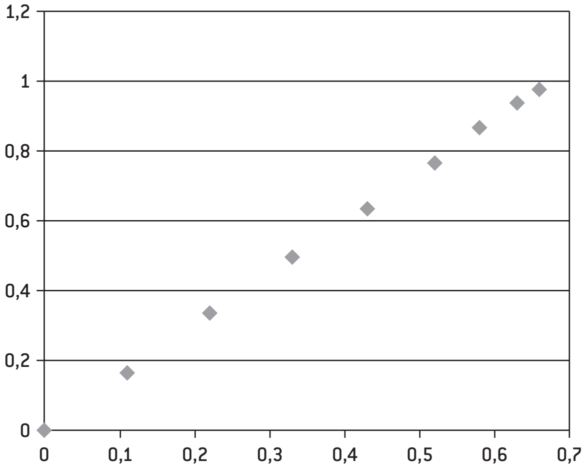
c. Florence peut donc dire : « Quand on descend de dix mètres, la température baisse d'environ 1,4 °C ».

31 **1. a.** Voici le tableau complété :

i **: angle d'incidence**	0	10	20	30	40	50	60	70	80
r **: angle de réfraction**	0	6,5	13	19,5	25,5	31	35,5	39	41
sin(*i*)	0	0,17	0,34	0,5	0,6	0,77	0,9	0,94	1
sin(*r*)	0	0,11	0,22	0,33	0,4	0,52	0,6	0,63	0,7

La seconde loi de Descartes donne la relation suivante : $n_1\sin(i) = n_2\sin(r)$, avec n_1 et n_2 les indices de réfraction des deux milieux. On cherche à valider cette loi dans l'expérience faite ici.

b. À l'aide d'un tableur, on obtient le nuage de points représentant l'évolution du sinus de l'angle d'incidence *i* en fonction du sinus de l'angle réfracté *r*.



c. Les différents points de ce nuage semblent quasiment alignés. Comme l'origine du repère fait partie des points du nuage, on peut donc conjecturer qu'il y a donc ici proportionnalité entre les valeurs des sinus de l'angle d'incidence et de l'angle de réfraction correspondant. On a donc $\sin(i) = k\sin(r)$.

Cela est conforme avec la 2[nde] loi énoncée par Descartes. En effet comme l'indice de réfraction de l'air est égal à 1, on a $n_1 = 1$. Cette loi s'écrit alors ici : $\sin(i) = n_2\sin(r)$,

2. a. Un rayon incident qui traverse perpendiculairement un dioptre ($i = 0$), n'est jamais dévié ($r = 0$). Cela se traduit donc par : si $\sin(i) = 0$ alors $\sin(r) = 0$. Donc la droite d'ajustement du nuage passe obligatoirement par O (0 ; 0) l'origine du repère.

De plus, la droite d'ajustement *d* de ce nuage passe obligatoirement par G le point moyen du nuage.

b. La droite d'ajustement est (OG) et a donc une équation de la forme $y = mx$.

Or G (0,39 ; 0,58), les moyennes des abscisses et des ordonnées des points du nuage arrondies au centième.

On a donc $0{,}58 \approx m \times 0{,}39$, donc $m \approx \dfrac{0{,}58}{0{,}39} \approx 1{,}49$ (arrondi au centième par excès).

L'équation réduite de cette droite *d* est donc $y = 1{,}49x$. (Arrondir les coefficients au centième)

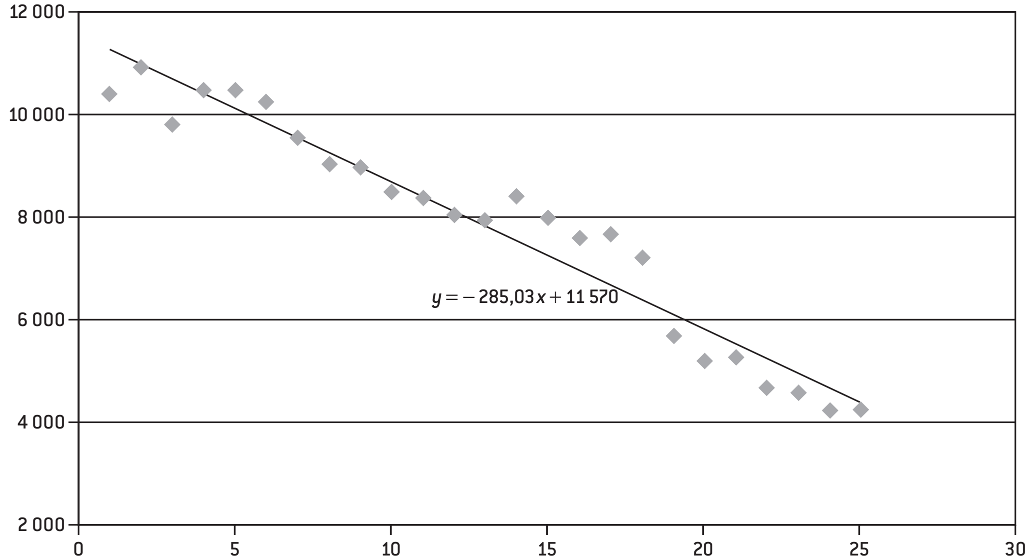
c. On peut donc en déduire la relation approchée suivante : $\sin(i) \approx 1{,}49 \times \sin(r)$.

Donc *m*, le coefficient directeur de cette droite *d*, est une valeur approchée de l'indice de réfraction du plexiglas.

32 **1.** On ouvre le fichier fourni.

a. En C2, on saisit la formule « = C1 – 1984 » ou la formule « = B2 + 1 » (à la condition que dans la suite on est toutes les années depuis 1985 ...) puis on copie cette formule vers la droite.

b. On représente l'évolution du nombre de tués suivant le rang de l'année par le nuage de points ci-après.



2. Les points étant quasiment alignés, on peut effectuer un ajustement affine.
La droite d'ajustement a pour équation réduite :

$$y = -285x + 11\,570$$

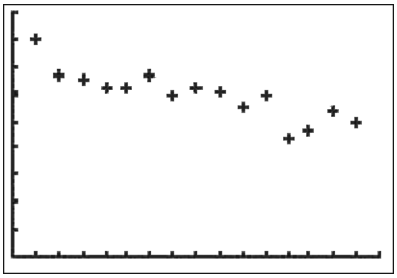
On a donc la relation :
$N \approx -285r + 11\,570$, où N est le nombre de tués sur les routes et r le rang de l'année.
Pour savoir si la promesse a des chances d'être tenue on résout donc l'inéquation :

$$3\,000 < -285r + 11\,570$$

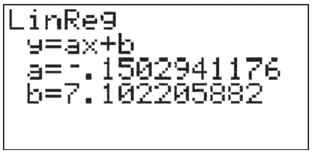
ce qui équivaut à : $r > \dfrac{11\,570 - 3\,000}{285}$. Or $\dfrac{11\,570 - 3\,000}{285} = 30{,}1$ (arrondi au dixième).
Donc ce serait à partir de l'année de rang 31 c'est-à-dire à partir de l'année 2017 ($1985 + 32 = 2017$) que ce triste bilan sur les routes descendrait en dessous des 3 000 tués. La promesse semble difficilement tenable...

33 **1.** À l'aide de la calculatrice, si on considère que 1995 est l'année de rang 0, on rentre les données suivantes en L1 et en L2 :

L1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
L2	6,1	8	6,7	6,6	6,2	6,3	6,7	6	6,2	6,1	5,5	5,9	4,3	4,7	5,4	4,9



La forme du nuage de points étant assez allongée, on peut effectuer un ajustement affine. La calculatrice donne l'équation réduite de la droite d'ajustement :



$$y = -0{,}15\,x + 7{,}1$$

2. On a donc la relation approchée $S \approx -0{,}15r + 7{,}1$ où S est la superficie de la calotte glaciaire et r le rang de l'année. On résout l'inéquation $-0{,}15r + 7{,}1 < 4$ ce qui équivaut à :

$$r > \frac{7{,}1-4}{0{,}15}$$

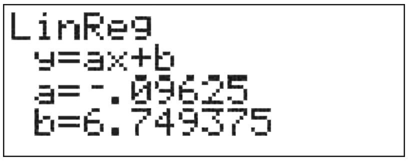
Or $\dfrac{7{,}1-4}{0{,}15} \approx 20{,}7$ donc c'est à partir de l'année de rang 21, c'est-à-dire $1995 + 21 = 2016$ que la superficie de la calotte pourrait être inférieure à 4 millions de km^2.

3. En enlevant les deux années « extrêmes » on obtient les données :

L1	0	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15
L2	6,1	6,7	6,6	6,2	6,3	6,7	6	6,2	6,1	5,5	5,9	4,7	5,4	4,9

La droite d'ajustement de cette série « tronquée » a pour équation :

$$y = -0{,}10\,x + 6{,}75$$



On résout donc $-0{,}10\,r + 6{,}75 < 4$ ce qui équivaut à $r > \dfrac{6{,}75-4}{0{,}1}$.

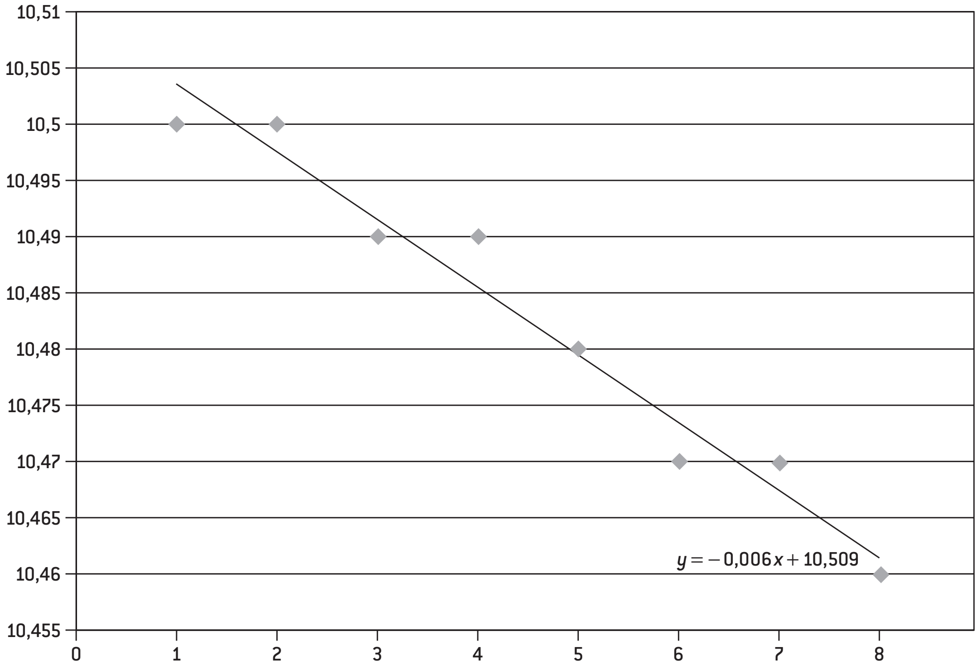
Or $\dfrac{6{,}75-4}{0{,}1} = 27{,}5$ c'est donc à partir de l'année de rang 28, c'est-à-dire l'année 2024, que la superficie de la calotte pourrait être inférieure à 4 millions de km^2.

Si on enlève donc les deux valeurs extrêmes, l'année où la calotte glaciaire fera moins de 4 km^2 recule de 8 ans. Mais cela fait encore bien peu de temps pour réagir et inverser la tendance....

34 On attribue au 3 octobre le rang 1. Voici les relevés obtenus :

Jour	3 octobre	4 octobre	5 octobre	6 octobre	7 octobre	8 octobre	9 octobre	10 octobre
Rang	1	2	3	4	5	6	7	8
Longueur moyenne	10,50	10,50	10,49	10,49	10,48	10,47	10,47	10,46

Le nuage de point ci-dessous représente l'évolution de la longueur moyenne (en ordonnée) en fonction du rang du jour (en abscisse).



Comme la forme du nuage est allongée, on peut effectuer un ajustement affine.
L'équation réduite de la droite d'ajustement est donc :

$$y = -\,0{,}006\,x + 10{,}509$$

On a la relation approchée suivante : $L \approx -\,0{,}006r + 10{,}509$ avec L la longueur et r le rang du jour.
Le prochain réglage de la machine a lieu si $L < 10{,}45$ ou $L > 10{,}55$. Comme ici la tendance est décroissante, on résout donc $L < 10{,}45$ qui s'écrit $-\,0{,}006\,r + 10{,}509 < 10{,}45$.

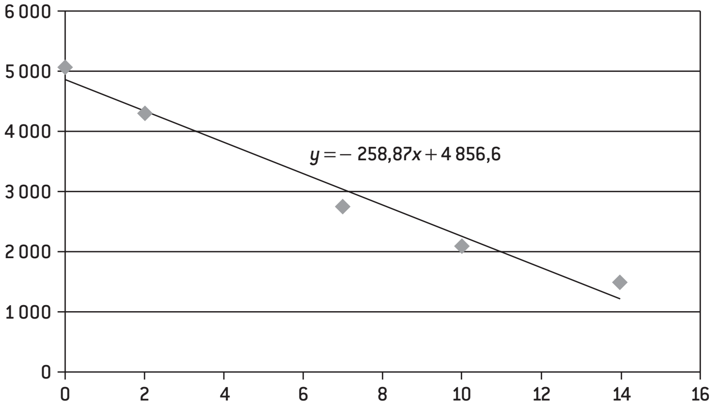
Ce qui équivaut à $r > \dfrac{10{,}509 - 10{,}45}{0{,}006}$, donc r étant entier, cela implique que $r > 10$.

On peut donc estimer que le prochain réglage se fera le 12 octobre $(3 + 10 - 1 = 12)$.

35 **1. a. b. c.** Voici l'évolution du nombre de noyaux d'iode 131 au fil des jours.

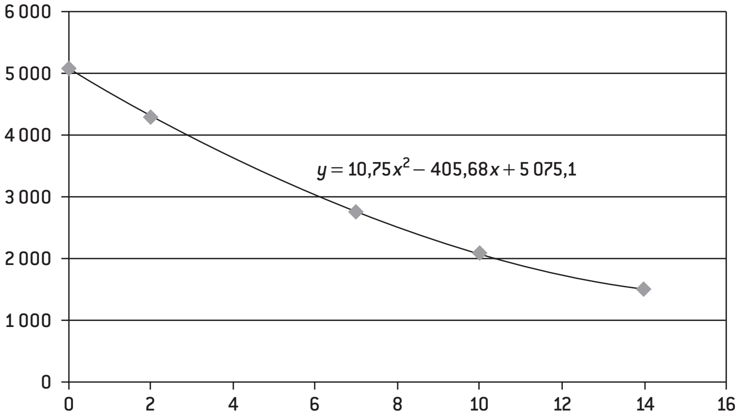
Graphique 1 : on a effectué un ajustement affine la relation approchée est alors :

$$N \approx -258{,}87t + 4\,856{,}6$$

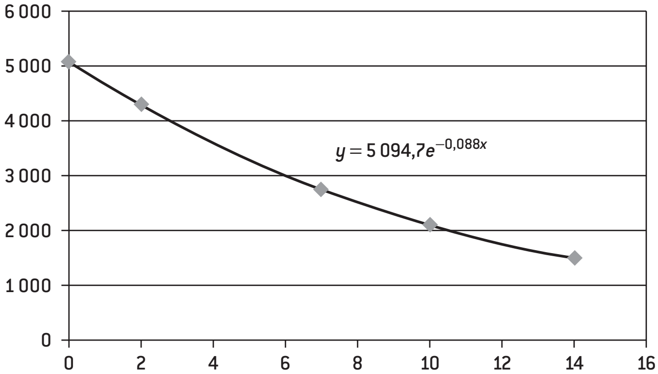


Graphique 2 : on a effectué un ajustement polynomial d'ordre 2 et on a :

$$N \approx 10{,}75t^2 - 405{,}68t + 5\,075{,}1$$



Graphique 3 : on a effectué un ajustement exponentiel et on a : $N \approx 5094{,}7e^{-0{,}088\,t}$.



2. a. On a donc trois estimations du nombre de noyaux d'iodes présents dans un litre de lait à $t = 30$:

• 0 noyaux (en effet le résultat obtenu est négatif – 2 909,5) pour l'ajustement affine ;

• environ 2 580 noyaux pour l'ajustement polynomial ;

• environ 364 noyaux pour l'ajustement exponentiel.

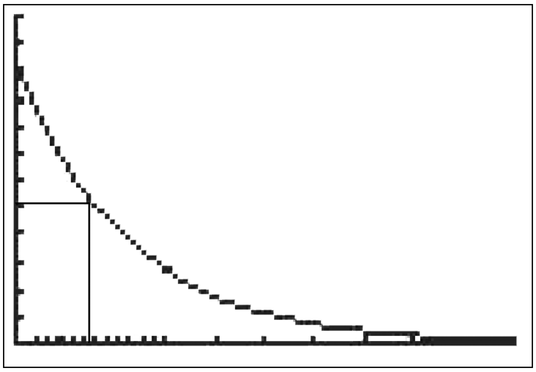
b. L'ajustement exponentiel semble être le seul adapté pour extrapoler dans cette situation.

3. a. On en déduit donc la loi de désintégration de l'iode 131 : $N \approx 5\,094{,}7e^{-0{,}088\,t}$
où N est le nombre de noyaux radioactif et t le temps.

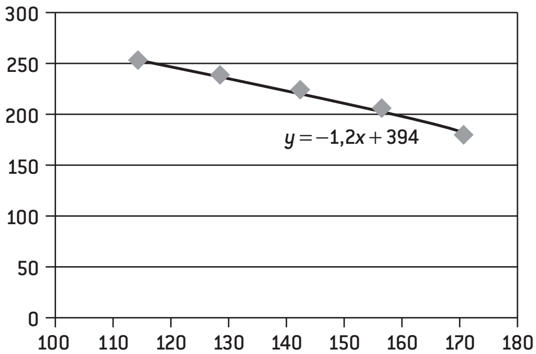
b. À l'aide d'une calculatrice, on obtient la courbe représentative de cette loi.

Par lecture graphique, il faut environ 8 jours pour qu'il ne reste plus que 2 540 noyaux donc pour que l'activité radioactive du litre de lait contaminé par l'iode 131 diminue de 50 %.

Cette durée est appelée la période ou demi-vie de l'iode 131.



36 **1.** On représente cette série par le nuage de points $M_i\,(p_i\,;n_i)$.



La forme de ce nuage étant allongée, on peut effectuer un ajustement affine.

La droite d'ajustement a pour équation réduite :

$$y = -1{,}2x + 394$$

On en déduit donc la relation approchée : $N \approx -1{,}2P + 394$.

2. Le chiffre d'affaire de l'hôtel est donné par la relation $C = N.P$.

D'après le 1: $C \approx -1{,}2P^2 + 394P$.

On étudie donc les variations de cette fonction polynôme de degré 2.

Sa dérivée est définie par $C'(P) = -2{,}4P + 394$.
D'où le tableau de variation suivant :

P	0	$\frac{394}{2{,}4}$		$+\infty$
Signe de C'(P)	+	0	−	
Variations de C(P)	↗	≈ 32 340,83	↘	

Le chiffre d'affaires de l'hôtel est maximal pour un prix de la chambre d'environ 164, 17 euros.

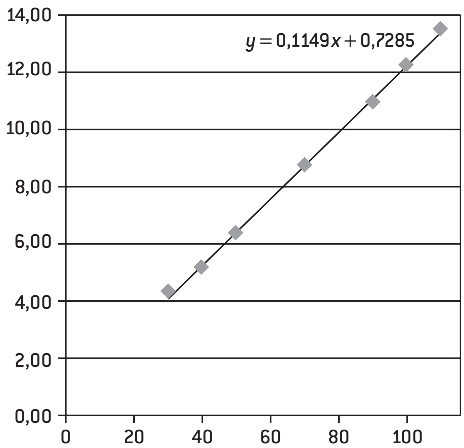
Je résous

p. 25

38 **1. a.** À l'aide d'un logiciel tableur, on obtient le nuage des points $M_i(v_i\,;\,d_i)$ ainsi que la droite d'ajustement d_1 de D en V.
Son équation réduite est : $y = 2{,}0259x - 53{,}953$.
On en déduit la relation approchée : $D \approx 2{,}03V - 53{,}95$ (avec D la distance de freinage et la vitesse du véhicule V).
En suivant ce modèle, pour $V = 120$, on a $D \approx 189{,}65$.
b. La distance de freinage, pour une vitesse de 120 km/h, estimée avec ce modèle est de 189,65 m, donc très inférieure aux 214 m : la distance réelle de freinage à cette vitesse.
2. On remarque que le positionnement des points se rapprochent d'une parabole.
Pour affiner la méthode d'ajustement, on pose donc la variable $y_i = \sqrt{d_i}$.
a. Voici le tableau complété :

Vitesse v_i (km/h)	30	40	50	70	90	100	110
y_i	4,36	5,20	6,40	8,77	11,00	12,17	13,49

b. et **c.** Voici le nuage de points $N_i\,(x_i\,;\,y_i)$.
L'équation réduite d de la droite d'ajustement de y en x est : $y = 0{,}1149\,x + 0{,}7285$.



d. En utilisant l'équation de la droite d, on peut donc estimer que pour une vitesse de 120 km/h, on a : $y = 0,1149 \times 120 + 0,7285 = 14,5165$.

Comme $D = y^2$, on peut estimer que la distance de freinage pour un véhicule allant à 120 km/h est d'environ 210,73, soit 211 m.

Cette estimation est très proche de la distance réelle de freinage : 214 m.

e. En utilisant la même méthode :

- on peut estimer que la distance de freinage pour un véhicule allant à 140 km/h est d'environ 283 m ;
- la vitesse que l'on peut avoir au maximum quand on voit un obstacle situé à 300 m,

donc $D < 300$ d'où $\sqrt{D} < \sqrt{300}$ ou encore $y < \sqrt{300}$.

À l'aide du **2. c**, on a donc $0,1149 \times V + 0,7285 < \sqrt{300}$,

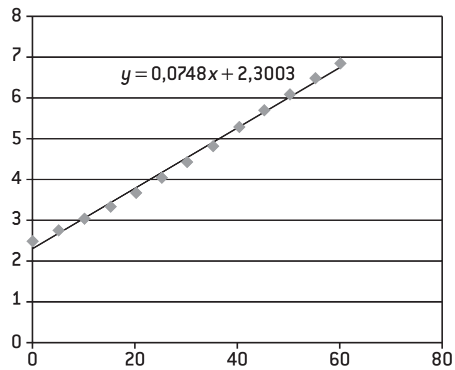
donc $V < \dfrac{\sqrt{300} - 0,7285}{0,1149}$.

Comme $\dfrac{\sqrt{300} - 0,7285}{0,1149} \approx 144,40$, on en déduit que la vitesse maximale estimée est d'environ 144 km/h.

39 ***Erratum*** *: Une erreur s'est glissée dans le fichier fourni dans le CD-Rom, le tableau de données ne doit pas être rempli pour les années 1995 à 2010. Le bon fichier est sur le site.*

1. a. On ouvre le fichier fourni et on représente le nuage de points donnant l'évolution de la population mondiale en fonction du rang de l'année depuis 1950.

b. La forme du nuage, très allongée, justifie que l'on effectue un ajustement affine.



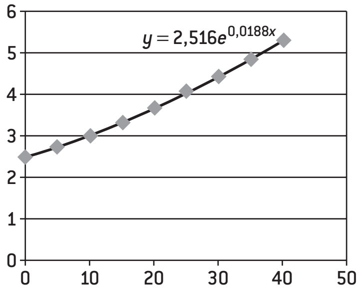
2. a. On calcule les taux d'accroissement de la population entre 1950 et 1955, puis entre 1955 et 1960, etc. (arrondir à 0,01).

b. On s'aperçoit que ce taux reste entre 1950 et 1990 quasiment constant, égal à 0,10 puis 0,09. On peut donc dire que la croissance de la population mondiale entre 1950 et 1990 est quasiment « exponentielle ».

D3 fx = (C3-C2)/C2

	A	B	C	D
1	année	rang	population en milliards	taux d' accroissement
2	1950	0	2,51	
3	1955	5	2,75	0,09561753
4	1960	10	3,30	0,101818182
5	1965	15	3,34	0,102310231
6	1970	20	3,68	0,101796407
7	1975	25	4,06	0,10326087
8	1980	30	4,44	0,093596059
9	1985	35	4,84	0,09009009
10	1990	40	5,28	0,090909091

À l'aide du tableur, on effectue alors un ajustement « exponentiel » de cette série :



3. a. En utilisant les deux modèles, on peut estimer la population mondiale :

Prévision	Rang	Ajustement affine	Ajustement exponentiel
1983	33	4,67	4,68
1987	37	4,95	5,04
1995	45	5,51	5,86
2010	60	6,55	7,77

b. On remarque que ces estimations obtenues sont assez proches des données réelles (en milliards) pour les années 1983 et 1987. On obtient une plus grande précision dans les estimations données par ajustement exponentielle, qui semble donc le modèle le plus adapté. Pour les années 1995 et 2010, par contre, les estimations obtenues par ajustement affine sont très inférieures aux données réelles. De plus avec les 7,77 milliards estimés pour l'année 2010 par ajustement exponentielle est très au-dessus de la donnée réelle 6,84 milliards.
Ce modèle de croissance exponentielle semble donc adapté seulement pour une interpolation mais ne donne pas des estimation assez précises pour extrapoler. L'évolution de la population depuis 1990 n'a donc pas suivi le « modèle de croissance exponentielle ».

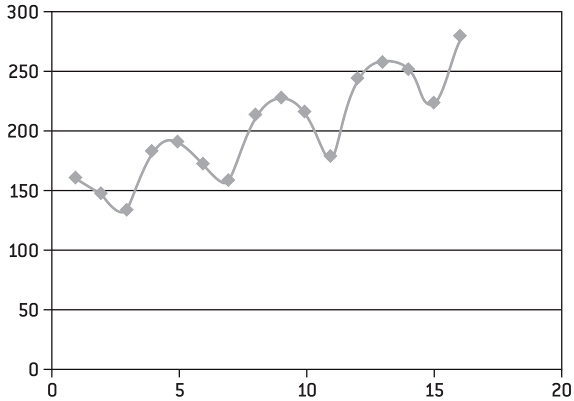
4. a. et **b.** On a testé des ajustements polynomiaux d'ordre 2 et 3. L'ajustement d'ordre 3 semble le plus adapté (voir fichier corrigé).
À l'aide de cet ajustement on a donc la relation approchée suivante :

$$P = -6 \times 10^{-6} r^3 + 0{,}0008r^2 + 0{,}0464r + 2{,}4977$$

Donc l'année 2050 est de rang 100, on obtient pour $r = 100$: $P = 9{,}1377$.
On peut donc estimer avec cet ajustement que nous serons 9,14 milliards sur Terre en 2050. Ce qui est bien dans la fourchette de 8,5 et 10,2 milliards d'habitants donnée par ONU.

J'apprends avec les TIC p. 26

40 **1.** **a.** et **b.** Voici le nuage de points obtenus :



La courbe « en vague » permet de visualiser les « variations saisonnières » dans l'évolution des ventes. En effet pour chaque année les plus fortes ventes se font au 4^{e} trimestre, suivi du 1er trimestre, du 2^{e} trimestre et enfin le 3^{e} trimestre. Pour dégager une « tendance » et prévoir les futures ventes, il faut tenir compte de ces variations saisonnières.

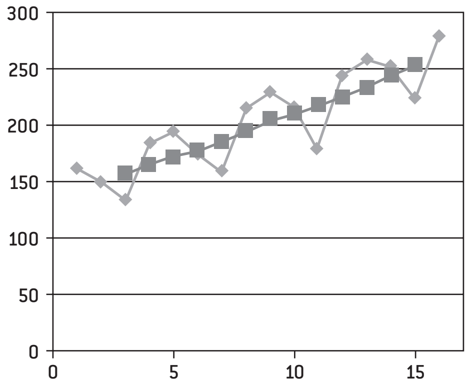
2. Méthode de lissage

Une méthode dite des « moyennes mobiles », consiste à calculer pour un trimestre donné, la moyenne des ventes sur quatre trimestres voisins (les deux trimestres précédents, le trimestre en cours et le trimestre suivant).

a. On veut faire ces calculs dans la colonne C à partir de la cellule C4.

On saisit dans cette cellule la formule : « = MOYENNE (C2 : C5) » ; puis on recopie vers le bas jusqu'à C16.

b. On ajoute la série des moyennes mobiles sur le graphique, on obtient :



D'une courbe en vague, on est passé à une courbe quasiment rectiligne. On peut donc en effet parler de « lissage ». Sur cette courbe « disparaissent » les variations saisonnières. La série des moyennes pour les ventes de smart phones montre une nette tendance à la hausse régulière.

3. Ajustement affine (voir fichier corrigé)

a. On effectue un ajustement affine de la série des ventes trimestrielles et l'on fait apparaître la droite d'ajustement et son équation réduite sur le graphique.

On en déduit la relation : $V \approx 7{,}7897r + 137{,}73$, où V est le nombre de ventes et r le rang des trimestres.

En colonne D, on calcule les ventes estimées à partir de la droite d'ajustement.

En D2, on saisit la formule « = PREVISION(A2 ; B$2 : B$17 ; A$2 : A$17) » ;

puis on recopie cette formule vers le bas jusqu'en D17.

b. On remarque que ce sont pour les 2es trimestres de chaque année que les résultats obtenus dans cette colonne D sont très voisins des ventes réelles. Par contre, pour les 3es trimestres de chaque année, ils sont le plus éloignés.

4. Faire des prévisions en tenant compte des variations saisonnières

a. Par ajustement affine, l'estimation des ventes pour les quatre trimestres de l'année 2011 sont dans l'ordre 270 278 286 et 294 smartphones.

b. Pour tenir compte des variations saisonnières, dans la colonne E, on calcule pour chaque trimestre un « coefficient saisonnier » qui est égal au rapport entre les ventes réelles et les ventes estimées.

En E2, on saisit la formule « = B2/D2 », puis on la recopie vers le bas jusqu'en E17.

c. En G2, on saisit la formule « = MOYENNE(E2 ; E6 ; E10 ; E14) » pour calculer la moyenne des coefficients saisonniers du premier trimestre de chaque année.

De même en G3, G4 et G5 pour les trois autres trimestres.

d. La formule saisie en B18 : « = D18*G2 » permet de multiplier par le coefficient saisonnier des 1ers trimestres (contenu dans G2) la prévision de ventes faite par ajustement affine donne pour le 1er trimestre 2011 (contenue dans D18). Cette estimation des ventes tient donc compte des variations saisonnières, elle est donc plus précise que la valeur contenue en D18.

On complète la feuille de calcul. En tenant compte des variations saisonnières, on peut estimer que les ventes trimestrielles en 2011, sont :

297 smartphones pour le 1er trimestre ;

275 pour le 2nd ;

239 pour le 3e;

et 316 pour le 4e.

Corrigés chapitre 2 Groupements A, B et C

PROBABILITÉS

Je découvre pp. 28–29

Activité 1 Internet et les 15-25 ans

Partie A :

a. Le phénomène observé s'appelle la fluctuation d'échantillonnage.

b. La fréquence moyenne est obtenue en faisant la somme des 10 fréquences et en divisant par 10.

c. Plus l'échantillon est grand plus la fréquence moyenne observée se stabilise autour de la fréquence théorique.

Partie B :

a. $p($ moins d'1 h$) = 0{,}19$

b. $p($Plus de 2 h$) = 0{,}22 + 0{,}29 = 0{,}51$

c.

0,19	0,32	0,22	0,29

Activité 2 Des mots pour décrire

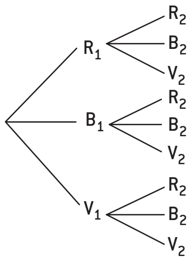
Expérience 1 :

a. Les issues sont les couleurs des boules : Rouge, Blanc et Vert.

b. B : « obtenir une boule blanche » et V : « obtenir une boule verte ».

Expérience 2 :

a. Voir l'arbre ci-contre.



b. $V_1 \cup R_2$

$B_1 \cup V_2$

$V_1 \cup V_2$

c. $V_1 \cap R_2$

$R_1 \cap B_2$

$V_1 \cap V_2$

Je m'entraîne

pp. 40–41

34 **1.** Il y a 13 cœurs dans un jeu de 52 cartes donc $p(\text{Cœur}) = \frac{13}{52}$.

2. Il y a 13 cœurs parmi lesquelles il y a trois figures donc $p(\text{figure Cœur}) = \frac{3}{52}$.

3. Il y a 13 cœurs et 12 figures mais il faut retirer les trois figures qui sont des cœurs, donc il reste 22 cartes, donc $p(\text{figure ou cœur}) = \frac{22}{52}$.

35 **1.** $p(\text{pair}) = \frac{1}{2}$ $p(\text{impair}) = \frac{1}{2}$.

2. Non, ce n'est pas un cas d'équiprobabilité car $p(1) = \frac{1}{6}$; $p(2) = \frac{1}{3}$; $p(3) = \frac{1}{3}$; $p(6) = \frac{1}{6}$.

36 **1.** Il y a 4 cartes 7, donc $p\,(7) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

2. $p(\text{valeur} < 7) = p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 5 \times \frac{4}{52} = \frac{5}{13}$.

3. $p(\text{valeurs} > 7) = 1 - p(\text{valeur} < 7) = \frac{7}{13}$.

37 **1.** L'événement $\overline{A}$ est « le nombre constitué avec les 2 lancers ne contient aucun 1 ».

2. $p(\overline{A}) = \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{100}$

3. $p\,(A) = 1 - p\,(\overline{A}) = \frac{19}{100}$

38 Les données de l'énoncé sont récapitulées dans le tableau suivant :

	Parfum	**Cosmétique**
Marque connue	42	29
Marque inconnue	**21**	**8**
Total	63	**37**

À la lecture du tableau, on trouve :

1. p(« le client achète un soin cosmétique ») = 37 %

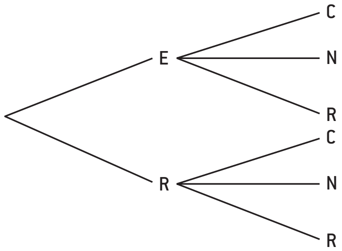
2. p(« le client achète un soin cosmétique de marque connue ») = 8 %

39 **1.**

	Vert	**Rouge**	**Bleu**	**Total**
1	5	5	5	15
2	8	0	6	14
3	2	5	14	21
Total	15	10	25	50

2. Il y a 14 boules bleues numérotées 3 donc $p(\text{bleu}, 3) = \frac{14}{50} = \frac{7}{25}$.

40 **1.** Voici l'arbre obtenu.

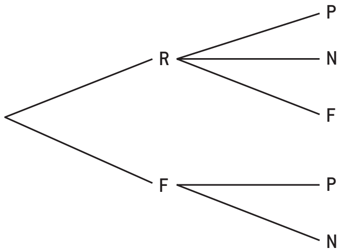


2. On a donc $p\ (E, C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

3. Oui.

4. $p(\text{pas de natation}) = \frac{4}{6} = \frac{1}{3}$.

41 **1.** Voici le schéma obtenu.



2. Il y a 2 possibilités sur les 5 qui passent par Florence, donc la probabilité est de $\frac{2}{5}$.

42 **1.**

	C	$\overline{\mathbf{C}}$	**Total**
D	10	**30**	40
$\overline{\mathbf{D}}$	**20**	**940**	**960**
Total	30	**970**	1 000

2. $P(\overline{C} \cap \overline{D}) = \frac{940}{1\,000} = 0{,}94$

43 **1.**

	1	**2**	**3**	**4**
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

Toutes les issues possibles sont : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

2. On a $p\ (6) = \frac{3}{16}$.

44 **Partie 1 :** Simulation au tableur, voir fichier Excel fourni. La conjecture de Susan semble vérifiée.

Partie 2 :

1.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

2. $\Omega = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

3. Il y a 36 issues. Il y en a 3 qui réalisent « obtenir 4 » donc $p(4) = \dfrac{3}{36}$ et de même pour 10 donc :

$$p(10) = \frac{3}{36}$$

Conclusion : On a autant de chances d'obtenir 4 que 10.

45

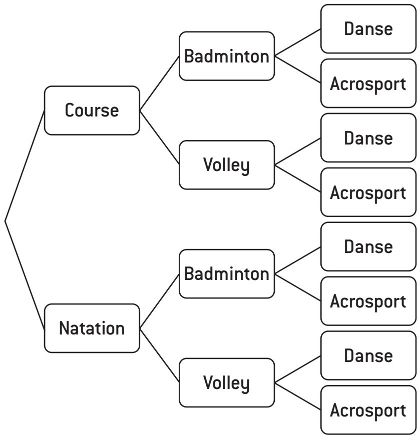
	Écran tactile	**Pas d'écran tactile**	**Total**
Clavier coulissant	**35**	9	44
Pas de clavier coulissant	**39**	**17**	**56**
Total	**74**	26	100

La probabilité est donc de $\dfrac{39}{100}$.

Je résous p. 43

47 ***Erratum*** *: Une erreur s'est glissée dans la première édition du manuel. Il faut lire :*
« Pour la 3^e^ période de l'année, le choix offert est : Danse ou Acrosport. Parmi ceux qui ont choisi Course et Volley, E … ».

1.



Il y a donc 8 possibilités.

2. Pour les périodes 1 et 2 cela donne :

	Course	**Natation**	**Total**
Volley	**5**	**7**	12
Badminton	13	**5**	**18**
Total	18	**12**	30

3. Pour les 3 périodes :

	Course- volley	**Course - badminton**	**Natation- volley**	**Natation- badminton**	**Total**
Danse	4	2	**6**	**2**	14
Acrosport	**1**	11	**1**	3	**16**
Total (tableau 1)	5	13	7	5	30

a. D'après le tableau, on a $p(A) = \frac{1}{30}$.

b. De même, $p(B) = \frac{1}{30}$.

c. Il y a 2 menus avec Volley et Acrosport et 2 élèves sur 30, donc $p(C) = \frac{2}{30}$.

48 **1.** Pour un dé à 10 faces, la probabilité de chaque face est de $\frac{1}{10}$. Pour que le personnage de Luc perde tous ses points, il faut que Fabrice obtienne au dé un nombre supérieur ou égal à 4.
On a donc : $p = p(4) + p(5) + p(6) + p(7) + p(8) + p(9) + p(10)$.

$$p = 7 \times \frac{1}{10}$$

$$p = \frac{7}{10}$$

2. Étant donné que la probabilité de perdre est de 0,7, il serait raisonnable de ne pas combattre.

3. Avec le dé à 12 faces : $p(\text{valeur} \geq 9) = p(9) + p(10) + p(11) + p(10) = 4 \times \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Avec le dé à 20 faces : $p(\text{valeur} \geq 12) = p(12) + p(13) + \ldots + p(20) = 9 \times \frac{1}{20} = \frac{9}{20} = 0{,}45$.

Conclusion : la probabilité de perdre avec ses points d'intelligence est plus forte.

4. a. Lancer de deux dés à 4 faces :

	1	**2**	**3**	**4**
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

$$p(\text{Somme} \leq 5) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

$$p(\text{Somme} > 5) = 1 - p(\text{Somme} \leq 5) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

La probabilité que Nolwenn gagne est bien supérieure à celle que Luc gagne.
Le jeu n'est pas équitable.
b. Voici un exemple de règle équitable.
– Si la somme des deux dés est inférieure ou égale à 4, alors Nolwen gagne.
– Si la somme des deux dés est supérieure ou égale à 6, alors Luc gagne.
– Sinon ils rejouent.

J'apprends avec les TIC p. 44

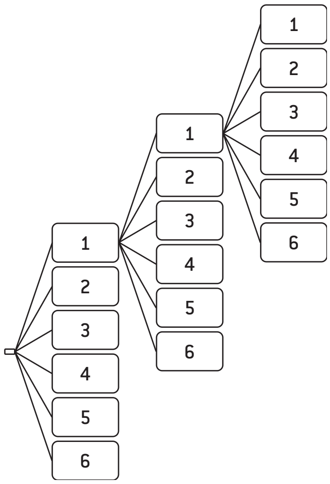
49 **Partie A :** Voir fichier excel fourni pour la simulation.

Partie B :

1. 9 se décompose en : 1 + 2 + 6 ; 1 + 3 + 5 ; 1 + 4 + 4 ; 2 + 2 + 5 ; 2 + 3 + 4 ; 3 + 3 + 3.

2. 10 se décompose en : 1 + 3 + 6 ; 1 + 4 + 5 ; 2 + 2 + 6 ; 2 + 3 + 5 ; 2 + 4 + 4 ; 3 + 3 + 4.

3. Le début de l'arbre représentant la situation est :



4. L'univers Ω est alors constitué de triplets ordonnées $(a\,;b\,;c)$ ou a, b et c sont des entiers compris entre 1 et 6.

Le nombre d'éléments de Ω est donc de $6 \times 6 \times 6 = 216$.

5. Dénombrement des triplets qui réalisent « 9 ».

Pour chaque triplet il faut compter les permutations possibles.

Pour 1 + 2 + 6, il y a : (1 ; 2 ; 6) (1 ; 6 ; 2) (2 ; 1 ; 6) (2 ; 6 ; 1) (6 ; 1 ; 2) (6 ; 2 ; 1), 6 permutations.

Pour 1 + 3 + 5 : il y a de même 6 permutations.

Pour 1 + 4 + 4 : il y a (1 ; 4 ; 4) (4 ; 1 ; 4) (4 ; 4 ; 1), seulement 3 permutations.

Pour 2 + 2 + 5 : 3 permutations.

Pour 2 + 3 + 4 : 6 permutations.

Pour 3 + 3 + 3 : 1 permutation.

Au total pour 9, il y a 25 triplets, donc $p(9) = \dfrac{25}{216}$.

6. Dénombrement des triplets qui réalisent « 10 ».

En utilisant la même méthode, on trouve 27 triplets, donc $p(10) = \dfrac{27}{216}$.

7. En fait Pierre se trompe car les décompositions qu'il évoque ne sont pas équiprobables.

Présentation DOMAINE 2

ALGÈBRE – ANALYSE

En classe de terminale, ce domaine se compose :
– de deux modules issus du tronc commun : *Suites numériques 2* et *Fonction dérivée et étude des variations d'une fonction* ;
– d'un module spécifique pour les groupements A et B : *Fonctions logarithmes et exponentielles.*
– d'un module spécifique pour le groupement C : *Fonctions exponentielles et logarithme décimal*.
L'étude des suites numériques, abordée en première, se poursuit. Les calculs commerciaux ou financiers sont traités à titre d'exemples pour les spécialités du domaine tertiaire.
Après avoir introduit le nombre dérivé en première, la fonction dérivée et les variations de fonctions dérivables sont étudiées en terminale.
L'étude des fonctions logarithmes et exponentielles repose essentiellement sur l'usage des TIC (calculatrice et/ou logiciel dynamique).
Pour le groupement C, les fonctions exponentielles sont présentées comme « prolongement » des suites géométriques de premier terme 1 et de raison q strictement positive (elles sont introduites par interpolation des valeurs d'une suite géométrique de raison q strictement positive et différente de 1).
Des modules complémentaires sont proposés en vue de la poursuite d'étude en Section de Technicien Supérieur : *Nombres complexes* et *Calcul intégral* pour les groupements A et B, *Primitives* et *Fonctions logarithme népérien et exponentielles de base e* pour le groupement C. Ils sont présentés dans la section « Présentation des chapitres STS ».
Ces modules, qui dépendent des besoins des disciplines d'enseignement professionnel et du projet personnel de poursuite d'études des élèves en Section de Technicien Supérieur, ont pour objectif principal d'apporter à l'élève des notions de bases, en excluant toute virtuosité.

Groupements A, B et C — CHAPITRE 3 — SUITES NUMÉRIQUES p. 45

Dans la continuité du programme de première, les suites numériques « arithmétiques et géométriques », vont donner aux élèves de terminale professionnelle, les outils nécessaires à la résolution de problèmes de la vie courante, notamment dans le domaine des prévisions.
Le programme de terminale est centré sur l'application des formules donnant le terme de rang n en fonction du 1er terme et de la raison d'une suite. La formule permettant de calculer la somme des k premiers termes est donnée.
Alors qu'en classe de première l'usage du tableur pour générer des suites arithmétiques ou géométriques était préconisé, en terminale il s'agira d'utiliser les formules choisies dans un formulaire donné.

• Priorités pour les élèves

– Savoir résoudre un problème concret modélisé par une suite arithmétique ou géométrique.
– Savoir appliquer la formule permettant de déterminer un terme de rang n d'une suite arithmétique ou géométrique.
– Utiliser ces formules pour déterminer soit le rang d'un terme d'une suite, soit la raison de cette suite.

– Appliquer la formule de la somme des k premiers termes d'une suite ou vérifier un résultat connu.
– Avoir une interprétation critique des résultats obtenus et pouvoir donner une réponse au problème posé.

• **Points délicats**

Détermination du rang d'un terme d'une suite

Il est souvent recommander de calculer les 3 ou 4 premiers termes de la suite modélisant un problème concret de façon à pouvoir définir le rang du terme recherché.

Résolution d'équation

Dans la recherche du rang d'un terme d'une suite géométrique, l'élève ne pourra résoudre une équation d'un type $x^n = a$ si la notion de logarithme népérien n'a pas encore été abordée. Ainsi une résolution par tâtonnement ou dichotomie pourra être privilégiée.

Calculs financiers

Conformément au programme, les problèmes de mathématiques financières sont largement utilisés dans les exercices d'application (intérêts, emprunts indivis, capitalisations et amortissements, etc.).

Utilisation de la calculatrice

Il est nécessaire de bien insister auprès des élèves sur la nécessité d'utiliser les parenthèses pour effectuer un calcul de somme des k premiers termes d'une suite géométrique avec la calculatrice.

Suites et pourcentages

Les élèves doivent acquérir un réflexe : toute augmentation, ou diminution, en %, peut être modélisée par une suite géométrique dont la raison correspond au coefficient multiplicateur.

Groupements A, B et C

CHAPITRE 4 FONCTIONS DÉRIVÉE ET ÉTUDE DE FONCTIONS p. 63

• **Priorités pour les élèves**

L'enjeu de ce chapitre est important dans la mesure où il constitue un aboutissement des connaissances et des capacités des trois années du lycée nécessaires à l'étude des fonctions. L'objectif principal dans ce chapitre est d'utiliser la dérivée d'une fonction pour résoudre des problèmes d'optimisation issus de situations de la vie courante. Pour cela, il est nécessaire de savoir calculer une dérivée et d'acquérir progressivement les capacités nécessaires à la résolution de tels problèmes. Ces capacités sont nombreuses puisque les problèmes d'optimisation nécessitent en outre d'être capable de déterminer le sens de variation d'une fonction en vue d'établir si un extremum local est atteint ou non.

• **Points délicats**

Comment calcule-t-on une dérivée ?

La définition de la fonction dérivée d'une fonction est une définition abstraite pour nos élèves. Elle est cependant nécessaire afin d'avoir des énoncés cohérents et rigoureux. La formulation « la fonction est dérivable sur l'intervalle I » ne doit pas constituer un obstacle pour les élèves. L'objectif n'est pas de justifier une dérivabilité, mais de calculer la dérivée d'une fonction (qui est dérivable).
Le point délicat sera donc de bien identifier la forme de la fonction à dériver afin d'utiliser la bonne formule, puis de mener le calcul à son terme en respectant les règles du calcul algébrique.

Comment calcule-t-on un nombre dérivé ?

Le calcul du nombre dérivé $f'(a)$ nécessite d'avoir calculé au préalable $f'(x)$ puis de remplacer x par a dans l'expression trouvée. L'erreur classique sera le calcul de $f'(a)$ à partir du calcul de $f(a)$, ce calcul donnant alors toujours 0.

À l'issue de la classe de première, les élèves doivent être capables de déterminer graphiquement un nombre dérivé et d'utiliser la notation $f'(a)$. Le calcul de $f'(a)$ peut donc, quand la situation s'y prête, être contrôlé sur un graphique afin de vérifier la cohérence avec le résultat trouvé.

Comment déterminer le sens de variation d'une fonction ?

Le sens de variation d'une fonction n'est pas une connaissance nouvelle puisqu'il a déjà fait l'objet d'un chapitre en classe de seconde. La nouveauté sera l'utilisation du signe de la dérivée d'une fonction pour en déduire le sens de variation de la fonction. Certes, l'utilisation de la calculatrice permet de donner, dans de nombreux cas, le sens de variation d'une fonction. L'objectif est donc ici de mettre en place un raisonnement rigoureux permettant de justifier correctement ce qui peut être observé sur un écran de calculatrice. L'utilisation de cette dernière devient alors un moyen de contrôle du résultat prouvé.

Pour aboutir à cet objectif, le point délicat des études de signes devra être progressivement surmonté. Cette difficulté résidant notamment dans le fait que l'étude des fonctions du second degré nécessite l'étude de signe d'une expression de la forme $mx + p$, alors que l'étude des fonctions polynômes de degré 3 nécessite l'étude de signe d'une expression de la forme $ax^2 + bx + c$.

Comment déterminer un extremum local ?

Dans ce chapitre, le choix a été fait d'introduire la notion d'extremum local, en lien avec la dérivée. La notion d'extremum global a déjà été introduite en classe de seconde.

Dans ce chapitre, la recherche d'extremum avec l'utilisation de la dérivée ne peut être faite qu'en travaillant sur un intervalle ouvert. Bien entendu la notion d'intervalle ouvert n'est pas traitée. Le but est de sensibiliser les élèves sur le fait que la recherche d'extremum, avec l'outil dérivée, ne peut pas se faire aux bornes d'un intervalle, d'où la notion d'extremum local. Ensuite, le simple fait qu'une dérivée s'annule ne suffit pas pour en déduire l'existence d'un extremum local. L'étude du contre-exemple, très important, de la fonction cube a donc été développé afin de mieux percevoir la difficulté dans la recherche des extrema locaux.

- **Stratégie adoptée dans le manuel**

Afin d'appréhender la notion de fonction dérivée, le choix a été fait de l'introduire par l'intermédiaire des fonctions de références (carré et cube). L'utilisation des TIC est un bon moyen pour visualiser ce qu'il se passe et débouche rapidement sur le lien existant entre une fonction et sa dérivée.

Afin de faire le lien avec le chapitre de première sur le nombre dérivé, des exercices de lectures graphiques sont proposés ainsi que des exercices demandant de déterminer des équations réduites de tangentes.

Des QCM aux problèmes, nous avons particulièrement insisté sur une maîtrise technique du calcul des dérivées. La détermination des équations réduites des tangentes est un moyen supplémentaire de s'approprier les techniques de calculs.

Enfin, des exercices ou problèmes d'optimisation permettent de contextualiser et de montrer que les fonctions et leurs études sont un outil particulièrement puissant pour modéliser différentes situations de la vie courante.

Groupements A et B

CHAPITRE 5 FONCTIONS LOGARITHMES ET EXPONENTIELLES p. 81

Les fonctions logarithmes et exponentielles s'inscrivent dans la continuité du programme de première sur les fonctions de référence, mais leur étude se fait par l'intermédiaire des fonctions dérivées. Dans le cadre d'une progression spiralaire, les propriétés sur les variations des fonctions du type « kf » et « $f + g$ » sont très largement utilisées.

Le chapitre sur la dérivation et l'étude de fonction est un prérequis nécessaire, ainsi que l'utilisation graphique de la calculatrice (représenter une courbe, choisir un point particulier sur la courbe et obtenir le tableau de valeur de la fonction).

Le second volet de ce chapitre concerne la résolution par le calcul d'équations et d'inéquations associées à ses fonctions.

Le papier semi-logarithmique est utilisé pour reconnaître la nature d'une fonction dont la courbe représentative est une droite dans ce type de repère.

• Priorités pour les élèves

L'enjeu réside dans le fait que l'élève puisse prévoir les variations de ces nouvelles fonctions à la fois pour procéder à une résolution graphique et valider ainsi une solution calculée, et pour anticiper l'évolution d'un phénomène.

Il devra :

– reconnaître la courbe représentative des fonctions logarithme et exponentielles ;

– utiliser les propriétés de ses fonctions pour résoudre des équations et inéquations ;

– mettre en œuvre des processus de résolution en appliquant à chaque membre de l'équation la fonction adaptée ;

– utiliser sa calculatrice graphique, un tableur-grapheur et un logiciel dynamique (GeoGebra).

• Points délicats

Ce chapitre est dense aussi bien au niveau des connaissances que des capacités.

– L'élève devra s'approprier quatre nouvelles fonctions ($\ln(x)$; $\log(x)$; $\exp(x)$; $\exp(ax)$), ce qui représente une grande quantité de nouveautés.

– L'élève devra être capable d'appliquer deux nouveaux processus de résolution d'équations et d'inéquations qui consistent à composer par une fonction adéquate (le terme « fonction composée » n'est pas employé).

– Souvent, l'élève sait déjà utiliser le papier semi-logarithmique horizontal grâce à son enseignement professionnel, et le passage au papier semi-logarithmique vertical ne devrait pas poser de problème majeur. En revanche, le lien entre une droite sur ce type de papier et une fonction, logarithmique ou exponentielle, risque de présenter des difficultés.

• Stratégie adoptée dans le manuel

– Il s'agit de montrer qu'il existe un large panel de situations que l'on peut modéliser par de telles fonctions. Une attention particulière a été portée au domaine de l'électricité et de l'acoustique, en complément du cours de sciences physiques.

– L'outil informatique est au cœur de ce chapitre : l'utilisation des TICE de manière variée, pour tracer, résoudre graphiquement, conjecturer la nature d'une fonction, trouver une valeur particulière grâce à un tableur. Cela permet aux élèves de confirmer leur aisance avec cet outil.

– Le CD-Rom contient davantage de problèmes contextualisés et des exercices un peu plus difficiles destinés à des élèves projetant une poursuite d'études en STS.

Groupement C

CHAPITRE 5 FONCTIONS EXPONENTIELLES DE BASE q ET LOGARITHME DÉCIMAL p. 81

• Priorités pour les élèves

– Réinvestir la notion de progressions arithmétique et géométrique.
– Consolider la notion de fonction.
– Consolider l'étude des variations des fonctions.
– Acquérir une certaine maitrise technique dans la résolution graphique et algébrique d'équations.
– Mettre en relation de façon critique les solutions mathématiques et les réponses au problème initial.
– Faire le lien entre fonction exponentielle et fonction logarithme.

• Points délicats et stratégie adoptée dans le manuel

Introduction des fonctions exponentielles

Les fonctions exponentielles sont introduites par réinvestissement des suites géométriques (activités 1 et 2). Pour l'élève, les fonctions exponentielles doivent être un moyen de « passer » du *discret* au *continu*. L'utilisation des TIC facilite l'interpolation graphique. La dernière question du problème résolu 42 revient sur ce « passage » délicat.

Introduction de la fonction logarithme décimal

Pour l'élève, la fonction logarithme décimal est un moyen de :
– résoudre un nouveau type d'équation (activité 2) ;
– reconnaître une progression géométrique en la transformant en une progression arithmétique par le calcul ou par la représentation graphique dans un repère semi-logarithmique.

Utilisation des TIC

L'utilisation des TIC permet :
– de résoudre ce nouveau type d'équation par tâtonnement, par résolution graphique et de découvrir les propriétés calculatoires de la fonction logarithme décimal. La résolution algébrique est introduite à l'issue de ces activités.
– de passer d'une échelle de représentation graphique linéaire à une échelle logarithmique et d'observer les avantages et propriétés de cette dernière concernant les progressions géométriques (« J'apprends avec les TIC », p. 45).

Les liens avec les sciences, la vie sociale et professionnelle ont été faits le plus souvent pour justifier ces nouvelles notions :
– développement bactérien ;
– propagation d'une épidémie ;
– niveau sonore ;
– consommation exponentielle des ressources ;
– taux de médicament dans le sang.

Corrigés chapitre 3 Groupements A, B et C

SUITES NUMÉRIQUES

Je découvre pp. 46–47

Activité 1 La pyramide inversée du Louvre

1. Suite arithmétique de premier terme $u_1 = 1$ et de raison $r = 2$.
2. $u_2 = u_1 + 2$; $u_3 = u_1 + 2 \times 2$; $u_4 = u_1 + 3 \times 2$
3. $u_{12} = u_1 + 11 \times 2 = 1 + 22 = 23$
4. La dernière rangée de la pyramide inversée est constituée de $23 \times 4 = 92$ triangles.
5. Somme des 12 premiers termes : $12 \times \dfrac{(1 + 23)}{2} = 12 \times 12 = 144$ pour une face.

$144 \times 4 = 576$ pour la totalité de la pyramide.

Activité 2 Permis de conduire

On est en présence d'une suite géométrique de 1er terme 1 350 et de raison 1,02.
Coût du permis à la majorité de Rémy : $1\,350 \times 1{,}02^{17} = 1\,890{,}32 \approx 1\,891$ €
Calcul du capital à placer : $V_A = C \times (1 + t)^n$.
Soit : $1\,891 = C \times 1{,}045^{18}$.
D'où : $C = 856{,}24$ €.

Activité 3 Grimper sur le toit du monde ? Pas si simple…

1. $d_1 = 3\,599 - 2\,704 = 895$
Le dénivelé de la première étape est donc de 895 mètres.
2. $d_2 = 895 \times 0{,}9 = 805{,}5$
$d_3 = 805{,}5 \times 0{,}9 = 724{,}95$
3. d_1, d_2 et d_3 sont les 3 premiers termes de la suite géométrique de raison $q = 0{,}9$.
4. $d_2 = d_1 \times q$
$d_3 = d_1 \times q^2$
$d_4 = d_1 \times q^3$
5. $d_n = d_1 \times q^{(n-1)}$
6. D'après la formule précédente : $d_{11} = d_1 \times q^{11-1} = 895 \times 0{,}9^{10} = 312{,}1$ m à 10^{-1} près.
7. Le dénivelé total de cette expédition est donné par :

$$S_{11} = 895 \times \frac{1 - 0{,}9^{11}}{1 - 0{,}9} = 6\,141{,}4 \text{ m à } 10^{-1} \text{ près.}$$

8. L'altitude du Mont Everest est donc d'environ $2\,704 + 6\,141{,}4 = 8\,845$ mètres.

Je m'entraîne

pp. 58–59

65 Suite arithmétique : $u_2 = 6$ et $u_7 = 36$.
$u_7 = u_2 + 5r$, donc $36 = 6 + 5r$.
On en déduit : $r = 6$.
Finalement, on trouve : $u_1 = 0$; $u_2 = 6$; $u_3 = 12$; $u_4 = 18$; $u_5 = 24$; $u_6 = 30$; $u_7 = 36$.

66 Suite arithmétique : $u_3 = 17$ et $u_8 = 54{,}5$.
1. $u_8 = u_3 + 5r$, d'où : $54{,}5 = 17 + 5r$.
Donc $r = 7{,}5$.
2. $u_{12} = u_3 + 8r$
$u_{12} = 17 + 9 \times 7{,}5$
$u_{12} = 84{,}5$

67 Suite arithmétique : $u_1 = -1$; $r = 4$ et $u_n = 55$.
$u_n = u_1 + (n-1) \times r$
$55 = -1 + (n-1) \times 4$
$55 + 1 = 4n - 4$
$4n = 60$
$n = 15$

68 $u_n = 7 - 3n$
1. $u_0 = 7$; $u_1 = 4$; $u_2 = 1$; $u_3 = -2$
2. $u_1 - u_0 = u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = -3 = r$
3. $u_{30} = u_1 + 29 \times r$
$u_{30} = 7 + 29 \times (-3) = -80$
4. $S_{30} = 30 \times \dfrac{7 + (-80)}{2} = -1\,095$

69 **1.** Suite arithmétique : $u_1 = 2\,512$; $r = 7$.
$u_{10} = 2\,512 + 9 \times 7 = 2\,575$
$u_{20} = 2\,512 + 19 \times 7 = 2\,645$
$u_{83} = 2\,512 + 82 \times 7 = 3\,086$
2. Suite arithmétique : $u_1 = 5\,436$; $u_{28} = 5\,517$.
$u_{28} = u_1 + 27 \times r$
$5\,517 = 5\,436 + 27r$
$r = 3$

70 Suite arithmétique : $u_1 = 1$; $u_{26} = 136$.
$u_{26} = u_1 + 25 \times r$
$136 = 1 + 25 \times r$
$r = 5{,}4$

71 Capital $C = 1\,200$ € ; $n = 7$ ans et $t = 4{,}25$ %.
1. Intérêt $= C \times t \times n = 1\,200 \times 1 \times 0{,}0425 = 51$ €.
2. $v_1 = 1\,200 + 51 = 1\,251$; $v_2 = 1\,251 + 51 = 1\,302$; $v_3 = 1\,302 + 51 = 1\,353$
3. $v_2 - v_1 = v_3 - v_2 = 51 = r$. On est en présence d'une suite arithmétique.
4. Somme disponible au bout de 7 ans : $v_7 = 1\,200 + 6 \times 51 = 1\,506$ €.

72 Capital $C = 3\,450$ € ; $n = 9$ mois et $t = 6$ %.
1. Taux mensuel $= \dfrac{0{,}06}{12} = 0{,}005$.
2. Suite arithmétique : $v_1 = 3\,450$; $r = 3\,450 \times 0{,}005 = 17{,}25$.
Somme disponible au bout de 9 mois : $v_9 = 3\,450 + 8 \times 17{,}25 = 3\,590$ €.

73 Suite géométrique: $u_1 = 40$; $u_3 = 202{,}5$.
$q^2 = \dfrac{202{,}5}{40} = 5{,}0625$ donc $q = 2{,}25$.
$u_2 = 40 \times 2{,}25 = 90$

74 Suite géométrique: $u_1 = 125$; $q = 1{,}1$.
$u_{10} = 125 \times 1{,}1^9 = 294{,}74$
$S_{10} = 125 \times \dfrac{(1-1{,}1^9)}{1-1{,}1} = 1\,697{,}43$
Les intérêts versés sont : $1\,697{,}43 - 1\,600 = 97{,}43$ €.

75 Suite géométrique :
année 2009 : $u_1 = 130\,000$; $q = 1{,}1$ (augmentation de 10 %).
1. Année 2010 : $u_2 = 130\,000 \times 1{,}1 = 143\,000$.
2. Année 2016 : $u_8 = 130\,000 \times 1{,}1^7 = 253\,333{,}22$.
3. $u_n = u_1 \times 1{,}1^{(n-1)}$
$260\,000 = 130\,000 \times 1{,}1^{(n-1)}$
Par tâtonnement, on trouve: $(n - 1) = 8$, donc $n = 9$. Au bout de 9 ans le capital aura doublé.

76 Capital $C = 5\,000$ € ; intérêts composés avec $t = 4$ % ; $n = 20$ ans.
1. Valeur acquise au bout de 20 années : $A_{20} = C \times (1 + t)^n$.
Soit : $A_{20} = 5\,000 \times 1{,}04^{20} = 10\,955{,}62$ €.
2. Au bout de 20 ans le capital a doublé.

77 Année 0 : $C = 8\,000$ €.
Année 14 : $A_{14} = 16\,000 = 8\,000 \times (1 + t)^{14}$,
$(1 + t)^{14} = 2$
$(1 + t) = 1{,}05$ donc $t = 5$ %.

78 $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 9 - 8 + 27 - 16 + \ldots.. + 2\,187 - 256$
$S = 1 + 3 + 9 + 27 + \ldots. + 2\,187 - (2 + 4 + 8 + 16 + \ldots. + 256)$
On remarque que $2\,187 = 1 \times 3^7$.

$1 + 3 + 9 + 27 + \ldots + 2\,187$ est la somme des 8 premiers termes de la suite géométrique de 1[er] terme 1 et de raison 3:

$$1 + 3 + 9 + 27 + \ldots + 2\,187 = 1 \times \frac{(1 - 3^8)}{1 - 3} = 3\,280$$

De même $256 = 2 \times 2^7$, $2 + 4 + 8 + 16 + \ldots + 256$ est donc la somme des 8 premiers termes de la suite géométrique de 1[er] terme 2 et de raison 2:

$$2 + 4 + 8 + 16 + \ldots + 256 = 2 \times \frac{(1 - 2^8)}{1 - 2} = 510$$

Finalement $S = 3\,280 - 510 = 2\,770$.

79 $u_0 = 1$ triangle
1[er] étape : $u_1 = 3$ triangles non colorés ;
2[e] étape : $u_2 = 9$ triangles non colorés ;
7[e] étape : $u_7 = 1 \times 3^7 = 2\,187$ triangles non colorés.

80 **1.** La suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_0 = 10^{-12}$ et de raison 0,5.
2. $u_3 = u_0 \times (0{,}5)^3 = 1{,}25 \times 10^{-13}$
3. a. $u_n = u_0 \times (0{,}5)^n$
$1{,}5625 \times 10^{-14} = 10^{-12} \times (0{,}5)^n$

$(0{,}5)^n = \dfrac{1{,}5625 \times 10^{-14}}{10^{-12}} = 0{,}015625$

$n.\ln(0{,}5) = \ln(0{,}015625)$

d'où : $n = \dfrac{\ln(0{,}015625)}{\ln(0{,}5)} = 6$.

b. Ceci correspond à 6 périodes de désintégration, c'est-à-dire $6 \times 5\,730 = 34\,380$ ans.
4. La datation au carbone 14 a échoué, donc Kroma vivait il y a plus de 30 000 ans.

81 **1.** La suite géométrique de 1[er] terme $u_1 = 1$ et $q = 2$ modélise cette situation.
Le nombre de grains est : $u_{64} = u_1 \times q^{63} = 2^{63}$ grains, soit plus de neuf milliards de milliards de grains, (9 223 372 036 854 775 808 grains précisément).

2. $S_{64} = 1 \times \dfrac{1 - 2^{64}}{1 - 2} = 2^{64} - 1$, soit 18 446 744 073 709 551 615.

3. $\dfrac{18\,446\,744\,073\,709\,551\,615}{46\,000\,000} = 4 \times 10^{11}$ tonnes, ce qui est bien supérieur à la production mondiale.

82 **1.** On calcule les rapports entre deux termes consécutifs:

pop 2001 / pop 2000	1,0122
pop 2002 / pop 2001	1,0122
pop 2003 / pop 2002	1,0122
pop 2004 / pop 2003	1,0122
pop 2005 / pop 2004	1,0122
pop 2006 / pop 2005	1,0122
pop 2007 / pop 2006	1,0122
pop 2008 / pop 2007	1,0122
pop 2009 / pop 2008	1,0122
pop 2010 / pop 2009	1,0122

On est donc en présence d'une suite géométrique de raison $q = 1{,}0122$.

2. Pourcentage d'augmentation : 1,22 %.

3. Population prévisible en 2012 : $P_{12} = P_0 \times 1{,}0122^{12} = 7\ 038\ 015\ 922$.

En 2020 : $P_{20} = P_0 \times 1{,}0122^{20} = 7\ 754\ 984\ 047$.

4. Le double de la population en 2000 est 12 169 822 528.

À l'aide d'un tableur, on trouve :

2042	10 126 053 886
2043	10 249 591 744
2044	103 74 636 763
2045	10 501 207 331
2046	10 629 322 061
2047	10 758 999 790
2048	10 890 259 587
2049	11 023 120 754
2050	11 157 602 828
2051	11 293 725 582
2052	11 431 509 034
2053	11 570 973 444
2054	11 712 139 320
2055	11 855 027 420
2056	11 999 658 755
2057	12 146 054 591
2058	12 294 236 457

La population mondiale aura doublée en 2058 par rapport à 2000.

83 **1.** $n = \dfrac{70}{2,5} = 28$

D'après la formule, il faut placer un capital pendant 28 ans à 2,5 % pour qu'il double sa valeur.

2. $V_A = 1\,000 \times 1,025^{28} = 1\,996,5 \approx 2\,000$ €

84 On identifie une suite géométrique de 1er terme 0,1 et de raison 2.

On cherche n tel que $u_n = 10$:

$u_n = u_1 \times 2^{(n-1)}$

$10 = 0,1 \times 2^{(n-1)}$

$2^{(n-1)} = 100$

$(n-1)\ln(2) = \ln(100)$

$(n-1) = \dfrac{\ln(100)}{\ln(2)} = 6,6$

$n = 7,6 \approx 8$

Il faut donc plier la feuille 8 fois.

85 Surface du triangle rectangle isocèle n°1 : $10 \times \dfrac{10}{2} = 50$ cm².

Surface du triangle rectangle isocèle n°2 : $5 \times \dfrac{5}{2} = 12,5$ cm² $= \dfrac{50}{4}$.

Surface du triangle rectangle isocèle n°3 : $2,5 \times \dfrac{2,5}{2} = 3,125$ cm² $= \dfrac{12,5}{4}$.

Les surfaces forment donc une suite géométrique de 1er terme $a_1 = 50$ et de raison $q = \dfrac{1}{4}$.

La somme des 5 premiers termes de cette suite donnera donc la surface totale de la flèche bleue:

$$S_5 = 50 \times \frac{1 - \left[\dfrac{1}{4}\right]^5}{1 - \dfrac{1}{4}} = 66,6 \text{ cm}^2$$

Je résous

p. 61

87 **1.** $T_{\text{mensuel}} = \dfrac{0,054}{12} = 0,0045 = 0,45\ \%$

2. La valeur d'une mensualité est : 1 047,81 + 56 000 × 0,0045 = 1 047,81 + 252 = 1 299,81 €.

3. Le coût total du crédit est : 56 000 – 1 299,81 × 48 = 6 390,88 €.

4. Tableau d'amortissement :

	Capital restant dû (en €)	Intérêt (en €)	Amortissement (en €)	Mensualités (en €)
1er mois	56 000	**252**	1 047,81	**1 299,81**
2e mois	**54 952,19**	**247,28**	**1 052,53**	**1 299,81**
3e mois	**53 899,66**	**242,55**	**1 057,26**	1 299,81

5. a. $q = 1{,}0045$

b. $S_{48} = 1\,047{,}81 \times \dfrac{1 - 1{,}0045^{48}}{1 - 1{,}0045} = 55\,999{,}90 \approx 56\,000$ € (arrondi à l'unité).

Cette somme correspond au montant de l'emprunt.

6. a. $1\,000 = 56\,000 \times \dfrac{0{,}0045}{1 - 1{,}0045^{-n}}$

$$\frac{1\,000}{56\,000 \times 0{,}0045} = \frac{1}{1 - 1{,}0045^{-n}}$$

$$\frac{56\,000 \times 0{,}0045}{1\,000} = 1 - 1{,}0045^{-n}$$

$0{,}252 = 1 - 1{,}0045^{-n}$
$1{,}0045^{-n} = 0{,}748$

b. $\ln(1{,}0045^{-n}) = \ln(0{,}748)$
$-n\ln(1{,}0045) = \ln(0{,}748)$

$$n = -\frac{\ln(0{,}748)}{\ln(1{,}0045)} = 64{,}66 \approx 65 \text{ mois}$$

c. La nouvelle durée de remboursement est de 5 ans et 5 mois.

88 **1.** $v_1 = 9{,}7 \times 1 + 0 = 9{,}7$
$v_2 = 9{,}7 \times 2 + 0 = 19{,}4$
$v_3 = 9{,}7 \times 3 + 0 = 29{,}1$
$v_4 = 9{,}7 \times 4 + 0 = 38{,}8$
2. $19{,}4 - 9{,}7 = 29{,}1 - 19{,}4 = 38{,}8 - 29{,}1 = 9{,}7$
C'est une suite arithmétique de premier terme $v_0 = 0$ et de raison $r = 9{,}7$.
3. $v_t = v_0 + t \times r$
$v_t = t \times 9{,}7$
4. $v_t = t \times 9{,}7$
$291 = t \times 9{,}7$

Donc : $t = \dfrac{291}{9{,}7} = 30$ s.

5. 291 m/s = 1 048 km/h, soit environ la vitesse du son.
6. Conclusion: Michel Fournier passera le mur du son après 30 secondes de vol en chute libre.

J'apprends avec les TIC

p. 62

89 **1.** à **6.** Voici le tableau d'amortissement complété.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Tableau d'amortissement d'un emprunt						
2							
3	montant du prêt	1500					
4	taux du prêt	0,35%					
5	durée du prêt en mois	9					
6	montant des annuité	-169,01 €					
7							
8							
9		échéance	capital restant du avant l'échéance	amortissement du capital	intérêt	annuité	capital restant du après l'échéance
10		1	1500	-164,46 €	-5,25 €	-169,01 €	1 335,54 €
11		2	1 335,54 €	-165,03 €	-4,67 €	-169,01 €	1 170,51 €
12		3	1 170,51 €	-165,61 €	-4,10 €	-169,01 €	1 004,90 €
13		4	1 004,90 €	-166,19 €	-3,52 €	-169,01 €	838,71 €
14		5	838,71 €	-166,77 €	-2,94 €	-169,01 €	671,94 €
15		6	671,94 €	-167,35 €	-2,35 €	-169,01 €	504,59 €
16		7	504,59 €	-167,94 €	-1,77 €	-169,01 €	336,65 €
17		8	336,65 €	-168,53 €	-1,18 €	-169,01 €	168,12 €
18		9	168,12 €	-169,12 €	-0,59 €	-169,01 €	-1,00 €
19							

7. $\dfrac{165{,}03}{164{,}46} = \dfrac{165{,}61}{165{,}03} = \ldots\ldots = \dfrac{169{,}12}{168{,}53} = 1{,}0035$

Les amortissements forment une suite géométrique de raison $q = 1{,}0035$.

8. $A_9 = 164{,}46 \times 1{,}0035^8 = 169{,}12$ €

$S_9 = 164{,}46 \times \dfrac{1-1{,}0035^9}{1-1{,}0035} = 1\,501{,}03 \approx 1\,500$ €

On retrouve bien le montant du prêt.

FONCTION DÉRIVÉE ET ÉTUDE DE FONCTIONS

Je découvre pp. 64–65

Activité 1 Du nombre dérivé à la fonction dérivée

1. a. La tangente au point F a pour coefficient directeur – 6.
En effet, à partir du point F, lorsqu'on se décale d'une unité sur la droite, il faut alors descendre de 6 unités afin de « retomber » sur la tangente.
De même, de gauche à droite, les tangentes ont alors pour coefficient directeur respectivement : – 4 ; – 2 ; 2 ; 4 et 6.
b. Au point d'abscisse 0, la tangente étant horizontale, son coefficient directeur est nul.
2.

Point	F	E	D	O	A	B	C
x	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3
$f'(x)$	– 6	– 4	– 2	0	2	4	6

3. a. Il semblerait, en lien avec le tableau précédent, que la ligne de $f'(x)$ s'obtienne en multipliant la ligne de x par 2.
Ainsi : $f'(1{,}5) = 3$; $f'(-2{,}5) = -5$; $f'(10) = 20$ et $f'(-15) = -30$.
b. Pour tout nombre réel x, lorsque $f(x) = x^2$ on a $f'(x) = 2x$.

Activité 2 Sens de variation et signe de la dérivée

A. Du sens de variation d'une fonction au signe de sa dérivée
1. f est croissante sur l'intervalle $[-5 ; -3]$ puis décroissante sur l'intervalle $[-3 ; 1]$ et croissante sur l'intervalle $[1 ; 5]$.
2. Par exemple : – 2,5 ; 0 et 0,5.
3. Par exemple : – 4,5 ; 2 et 3.
4. $x = 1$, d'après la courbe représentative.
5.

x	– 5		– 3		1		5
$f'(x)$		+	0	–	0	+	

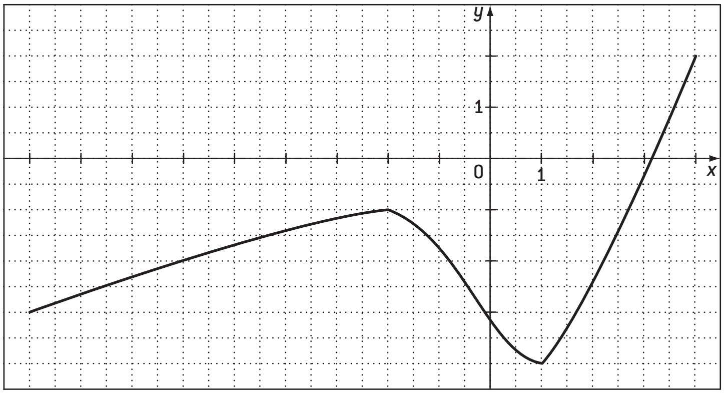
6. Si f est croissante sur I alors pour tout x de I, $f'(x) \geq 0$.
Si f est décroissante sur I alors pour tout x de I, $f'(x) \leq 0$.

B. Du signe de la dérivée au sens de variation d'une fonction

7. a.

x	-9		-2		1		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b.



c.

x	-9		-2		1		4
$f(x)$		↗		↘		↗	

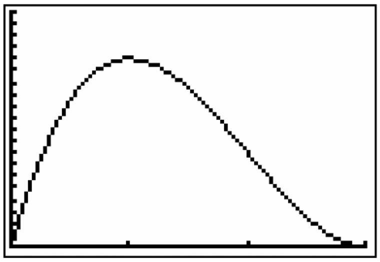
8. Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.
Si pour tout x de I, $f'(x) \leq 0$ alors f est décroissante sur I.
Si pour tout x de I, $f'(x) \geq 0$ alors f est croissante sur I.

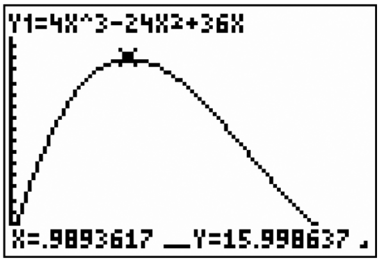
Activité 3 Optimisation

1. a. La base de la boîte est un carré de coté $6 - 2x$.
La hauteur de la boîte est x.
b. On applique la formule du volume d'un parallélépipède rectangle :

$$V(x) = (6 - 2x)(6 - 2x)x = x(6 - 2x)^2$$

c. $(6 - 2x)^2 = 36 - 24x + 4x^2$
$V(x) = x(36 - 24x + 4x^2) = 36x - 24x^2 + 4x^3 = 4x^3 - 24x^2 + 36x$
2. a. et **b.**





Il semblerait que $M \approx 16$ pour $a \approx 0{,}99$.

c. $f'(x) = 12x^2 - 48x + 36$
d. $\Delta = 576$, soit $x_1 = 1$ et $x_2 = 3$.

x	0		1		3
$f'(x)$		+	0	–	0

e. La fonction f est donc croissante sur l'intervalle $]0\,;1]$ et décroissante sur l'intervalle $[1\,;3[$.
f. On en déduit que la fonction f présente un maximum local pour $x = 1$. Ce maximum est égal à $f(1) = 16$.
Le volume maximal de la boîte est de 16 dm^3 lorsque $x = 1$ dm.
3. Si f a un extremum local en a alors nécessairement $f'(a) = 0$.
Par contre la réciproque est fausse. Pour qu'une fonction admette un extremum local en a, il ne suffit pas que la dérivée s'annule, il faut aussi qu'elle change de signe !

Je m'entraîne

pp. 76–77

55 **1.** La dérivée s'annule pour $x = -3$, $x = -0{,}5$ et $x = 2{,}5$. Graphiquement, ce sont les abscisses des points de la courbe en lesquelles les tangentes sont horizontales.
2. a. Par exemple, $a = 0$; $b = 3$.
b. Au point d'abscisse -2, le coefficient directeur de la tangente est négatif.
Au point d'abscisse 0, le coefficient directeur de la tangente est positif.
Au point d'abscisse 1, le coefficient directeur de la tangente est positif.
3.a.

x	– 4		– 3		– 0,5		2,5		4
***f'*(x)**		+	0	–	0	+	0	–	

b.

x	– 4		– 3		– 0,5		2,5		4
***f*(x)**	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	– 3	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

c.

x	– 4		– 1,5		1		4
***f'*(x)**		+	0	–	0	+	

56 **1.** $f(-4) = -2$ et $f'(-4) = 0$.
$f(1) = 3$ et $f'(1) = 0$.
$f(3) = 1$ et $f'(3) = -2$.
2. Sur l'intervalle $[-5\,;-4]$, $f'(x) \leq 0$ (car la fonction f est décroissante).
Sur l'intervalle $[-4\,;1]$, $f'(x) \geq 0$ (car la fonction f est croissante).
Sur l'intervalle $[1\,;6]$, $f'(x) \leq 0$ (car la fonction f est décroissante).

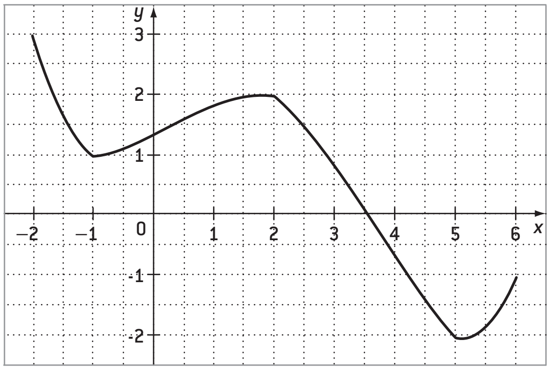
3.

x	-5		-4		1		6
$f(x)$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

4. La tangente T a une équation de la forme $y = mx + p$.
Son coefficient directeur est $f'(3) = -2$. Ainsi, $y = -2x + p$.
Cette tangente passe par le point de coordonnées $(3 ; 1)$ donc $1 = -2 \times 3 + p$, soit $p = 1 + 6 = 7$.
L'équation de T est donc: $y = -2x + 7$.

57 **1.** Le sens de variation de f est donné par le signe de sa dérivée. Ici, le graphique nous donne le signe de $f'(x)$.
Sur l'intervalle $[-2 ; -1]$, $f'(x) \leq 0$ donc f est décroissante sur cet intervalle.
Sur l'intervalle $[-1 ; 2]$, $f'(x) \geq 0$ donc f est croissante sur cet intervalle.
Sur l'intervalle $[2 ; 5]$, $f'(x) \leq 0$ donc f est décroissante sur cet intervalle.
Sur l'intervalle $[5 ; 6]$, $f'(x) \geq 0$ donc f est croissante sur cet intervalle.

2.



58 **1.** $f(x) = (2x - 1)(x + 2) = 2x^2 + 4x - x - 2 = 2x^2 + 3x - 2$
2. $f'(x) = 4x + 3$

59 $f(x) = -5x^2 + 15x + x - 3 = -5x^2 + 16x - 3$, donc $f'(x) = -10x + 16$.

60 **1.** $f(x) = (1 + x)^2 = 1 + 2 \times x + x^2 = 1 + 2x + x^2 = x^2 + 2x + 1$
2. $f'(x) = 2 + 2x$

61 $f(x) = 9x^2 - 30x + 25$, donc $f'(x) = 18x - 30$.
$g(x) = 5(x^2 - 9) = 5x^2 - 45$, donc $g'(x) = 10x$.

62 $f(x) = 2x + 8 - \dfrac{1}{x}$, donc $f'(x) = 2 + \dfrac{1}{x^2}$.

63 L'équation de T est $y = mx + p$ avec $m = f'(1)$.
Or $f'(x) = -2x + 3$, donc $f'(1) = 1$.
De plus, $f(1) = 2$, donc T passe par le point de coordonnées $(1 ; 2)$.
Ainsi, $2 = 1 \times 1 + p$, soit $p = 2 - 1 = 1$.
Donc T a pour équation : $y = x + 1$.

64 L'équation de T est $y = mx + p$ avec $m = f'(-1)$.
Or $f'(x) = 2x - 7$, donc $f'(-1) = -9$.
De plus, $f(-1) = 10$ donc T passe par le point de coordonnées $(-1 ; 10)$.
Ainsi, $10 = -9 \times (-1) + p$, soit $p = 10 - 9 = 1$.
Donc T a pour équation : $y = -9x + 1$.

65 L'équation de T est $y = mx + p$, avec $m = f'(2)$.
Or $f'(x) = -3x^2 + 2x - 1$, donc $f'(2) = -9$.
De plus $f(2) = -5$, donc T passe par le point de coordonnées $(2 ; -5)$.
Ainsi, $-5 = -9 \times 2 + p$, soit $p = -5 + 18 = 13$.
Donc T a pour équation : $y = -9x + 13$.

66 L'équation de T est $y = mx + p$, avec $m = f'(1)$.
Or $f'(x) = \dfrac{-1}{2x^2}$ donc $f'(1) = -\dfrac{1}{2}$.

De plus, $f(1) = \dfrac{1}{2}$ donc T passe par le point de coordonnées $(1 ; \dfrac{1}{2})$.

Ainsi, $\dfrac{1}{2} = -\dfrac{1}{2} \times 1 + p$, soit $p = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} = 1$. Donc T a pour équation : $y = -\dfrac{1}{2}x + 1$.

67 L'équation de T est $y = mx + p$ avec $m = f'(-2)$.

Or $f'(x) = 2x - \dfrac{1}{x^2}$, donc $f'(-2) = -4{,}25$.
De plus $f(-2) = 3{,}5$, donc T passe par le point de coordonnées $(-2 ; 3{,}5)$.
Ainsi, $3{,}5 = -4{,}25 \times (-2) + p$, soit $p = 3{,}5 - 8{,}5 = -5$.
Donc T a pour équation : $y = -4{,}25x - 5$.

68 L'équation de T est $y = mx + p$ avec $m = f'(3)$.
Or $f(x) = (2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$, donc $f'(x) = 8x - 4$ et $f'(3) = 20$.
De plus $f(3) = 25$, donc T passe par le point de coordonnées $(3 ; 25)$.
Ainsi, $25 = 20 \times 3 + p$, soit $p = 25 - 60 = -35$.
Donc T a pour équation : $y = 20x - 35$.

69 L'équation de T est $y = mx + p$ avec $m = f'(-3)$.
Or $f(x) = -x^3 + x$, donc $f'(x) = -3x^2 + 1$ et $f'(-3) = -26$.
De plus $f(-3) = 24$, donc T passe par le point de coordonnées $(-3 ; 24)$.
Ainsi, $24 = -26 \times (-3) + p$, soit $p = 24 - 78 = -54$.
Donc T a pour équation : $y = -26x - 54$.

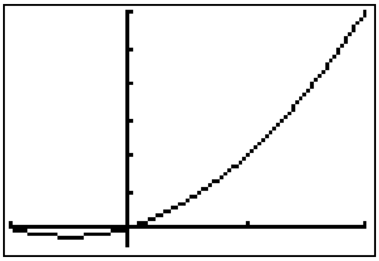
70 **1.** $f'(x) = 2x + 1$.
$f'(x) \geq 0$ équivaut à $2x + 1 \geq 0$ soit $x \geq -\frac{1}{2}$.

On en déduit alors le tableau de signe de $f'(x)$ et les variations de f :

x	-1		$-\frac{1}{2}$		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↘	$-0,25$	↗	6

f est donc décroissante sur l'intervalle $\left[-1\,;-\frac{1}{2}\right]$ et croissante sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}\,;2\right]$.

2. Sur l'intervalle I, f présente un minimum égal à $-0,25$ et atteint pour $x = -\frac{1}{2}$.
3.

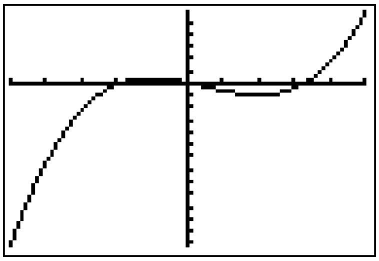


71 **1.** $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$.
$\Delta = 324$. L'équation $f'(x) = 0$ possède donc deux solutions : $x_1 = -1$ et $x_2 = 2$.
Le coefficient a $(= 6)$ étant positif, les solutions de l'inéquation $f'(x) \leq 0$ sont toutes les valeurs de x comprises entre $x_1 = -1$ et $x_2 = 2$.
On en déduit alors le tableau de signe de $f'(x)$ et les variations de f :

x	-5		-1		2		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-264	↗	8	↘	-19	↗	116

f est donc croissante sur les intervalles $[-5\,;-1]$ et $[2\,;5]$ et décroissante sur l'intervalle $[-1\,;2]$.
2. Sur l'intervalle I, f présente un maximum local égal à 8 et atteint pour $x = -1$ et un minimum local égal à -19 atteint pour $x = 2$.

3.



72 **1.** $f'(x) = 3x^2 + \dfrac{1}{x^2}$.

Pour x appartenant à l'intervalle I, $3x^2 > 0$ et $\dfrac{1}{x^2} > 0$, donc, par somme, $f'(x) > 0$.

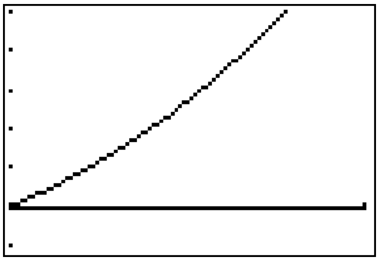
On en déduit alors les variations de f :

x	1		2
$f(x)$	0	↗	3,5

f est croissante sur l'intervalle $[1\ ;\ 2]$.

2. Sur cet intervalle, f ne présente aucun extremum local.

3.



73 **1.** B(20) = –1 100 € et B(90) = 2 400 €.

2. a. $B'(t) = -2t + 160$. $B'(t) \geq 0$ équivaut à $-2t + 160 \geq 0$, soit $t \leq 80$.

t	20		80		90
$B'(t)$		+	0	–	
$B(t)$	–1 100	↗	2 500	↘	2 400

B est donc croissante sur l'intervalle [20 ; 80] et décroissante sur l'intervalle [80 ; 90].

b. Pour un taux d'occupation de 80 %, le bénéfice est maximal et est égal à 2 500 €.

3. B(t) = 0 équivaut à $-t^2 + 160t - 3\,900 = 0$.
$\Delta = 10\,000$ donc l'équation possède deux solutions : $t_1 = 130$ et $t_2 = 30$.
La maison d'hôtes est rentable dès que le taux d'occupation dépasse 30 %.

74 **1.** $f'(x) = x - 6$
$f'(x) \geq 0$ équivaut à $x - 6 \geq 0$ soit $x \geq 6$.

x	1		6		12
f'(x)		–	0	+	
f(x)	1 494,5	↘	1 482	↗	1 500

f est donc décroissante sur l'intervalle [1 ; 6] et croissante sur l'intervalle [6 ; 12].
2. L'étude de la fonction dans la question **1** nous conduit à dire que l'énergie solaire est minimale au moins de juin. Une telle installation est possible dans l'hémisphère sud.

75 Soit x la largeur de la barrière et y sa longueur.
La longueur totale étant égale à 150 m, on a : $2x + y = 150$, soit $y = 150 - 2x$.
Soit A l'aire de la baignade en fonction de sa largeur x, x appartenant à l'intervalle [0 ; 75]:

$$A(x) = x(150 - 2x) = -2x^2 + 150x$$

On étudie les variations de la fonction A sur l'intervalle [0 ; 75] :

$$A'(x) = -4x + 150$$

Or $-4x + 150 \geq 0$ lorsque $-4x \geq -150$, c'est-à-dire $x \leq 37{,}5$.
On en déduit ainsi le signe de A'(x) et les variations de la fonction A :

x	0		37,5		75
A'(x)		+	0	–	
A(x)	0	↗	2 812,5	↘	0

A(0) = 0
A(37,5) = 2812,5
A(75) = 0

La fonction A est donc croissante sur l'intervalle [0 ; 37,5] et décroissante sur l'intervalle [37,5 ; 75].
L'aire maximale de la baignade est de 2812,5 m² lorsque la largeur de la barrière est égale à 37,5 m.

76 Soit h la hauteur de la cuve.
On sait que $V = 4$ m^3. Or $V = x^2h$, ainsi : $x^2h = 4$, soit $h = \dfrac{4}{x^2}$.
Les parois intérieures sont composées d'un carré de coté x (la base) et de quatre rectangles de longueur x et de largeur $h = \dfrac{4}{x^2}$ (face latérales).
Soit S la surface à peindre en fonction de x, x appartenant à l'intervalle $]0\,;+\infty[$.
On a : $S(x) = x^2 + 4x \times \dfrac{4}{x^2} = x^2 + \dfrac{16}{x}$.
On étudie les variations de la fonction S sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$:
$S'(x) = 2x - \dfrac{16}{x^2} = \dfrac{2x^3 - 16}{x^2}$.
Or, $x > 0$ donc $x^2 > 0$.
$2x^3 - 16 \geq 0$ lorsque $2x^3 \geq 16$, soit $x^3 \geq 8$.
Or la fonction cube est strictement croissante sur $]-\infty\,;+\infty[$ et $2^3 = 8$.
Ainsi : $x^3 \geq 16$ lorsque $x \geq 2$.
On en déduit alors le signe de $S'(x)$ et les variations de S :

x	0		2		$+\infty$
$2x^3 - 16$		$-$	0	$+$	
x^2	0	$+$		$+$	
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$		$\searrow$	12	$\nearrow$	

$S(2) = 12$

La fonction S est donc décroissante sur l'intervalle $]0\,;2]$ et croissante sur l'intervalle $[2\,;+\infty[$.
La surface à peindre S est minimale lorsque la base de la cuve mesure 2 m.
Dans ces conditions, $h = 1$.
Les dimensions de la cuve qui rendent la surface à peindre minimale sont donc :

$$x = 2 \text{ m et } h = 1 \text{ m.}$$

77 **1**. On commence par étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-20\,;20]$.
$f'(x) = 3x^2 + 12x - 63$.
$\Delta = 900$. L'équation $f'(x) = 0$ possède donc deux solutions : $x_1 = -7$ et $x_2 = 3$.
Le coefficient a $(= 3)$ étant positif, les solutions de l'inéquation $f'(x) \leq 0$ sont toutes les valeurs de x comprises entre $x_1 = -7$ et $x_2 = 3$.

On en déduit donc le signe de $f'(x)$ et les variations de f :

x	-20		-7		3		20
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-4\,355$	$\nearrow$	377	$\searrow$	-123	$\nearrow$	$9\,125$

$f(-20) = -4\,355$; $f(-7) = 377$; $f(3) = -123$; $f(20) = 9\,125$

f est donc croissante sur l'intervalle $[-20 ; 7]$, décroissante sur l'intervalle $[-7 ; 3]$ et croissante sur l'intervalle $[3 ; 20]$.

L' observation des variations de f montre que sur l'intervalle $[-20 ; 20]$, l'équation $f(x) = 0$ possède trois solutions :

– une première, notée α, sur l'intervalle $[-20 ; 7]$ puisque f est croissante sur cet intervalle et prend ses valeurs entre $-4\,355$ et 377. La fonction f s'annule donc une fois.

– une seconde, notée β, sur l'intervalle $[-7 ; 3]$ puisque f est décroissante sur cet intervalle et prend ses valeurs entre -123 et 377. La fonction f s'annule donc une fois.

– une troisième, notée γ, sur l'intervalle $[3 ; 20]$ puisque f est croissante sur cet intervalle et prend ses valeurs entre -123 et $9\,125$. La fonction f s'annule donc une fois.

2. L'encadrement de ces solutions s'obtient grâce à la table de la fonction f obtenue à la calculatrice :

X	Y1
5.61	-3.039
5.62	-2.049
5.63	-1.055
5.64	-.0563
5.65	.94713
5.66	1.9551
5.67	2.9677

X=5.64

X	Y1
-.26	1.768
-.25	1.1094
-.24	.45178
-.23	-.2048
-.22	-.8602
-.21	-1.515
-.2	-2.168

X=-.24

X	Y1
-11.43	-4.312
-11.42	-2.397
-11.41	-.4876
-11.4	1.416
-11.39	3.314
-11.38	5.2063
-11.37	7.093

X=-11.41

Je résous p. 79

79 **1.** À 50 km/h, un véhicule consomme $C(50) = 0{,}06 \times 50 + \dfrac{150}{50} = 3 + 3 = 6$ L d'essence.

À 70 km/h, un véhicule consomme $C(70) = 0{,}06 \times 70 + \dfrac{150}{70} \approx 4{,}2 + 2{,}14 \approx 6{,}34$ L d'essence.

À 90 km/h, un véhicule consomme $C(90) = 0{,}06 \times 90 + \dfrac{150}{90} \approx 5{,}4 + 1{,}7 \approx 7{,}1$ L d'essence.

2. a. $C'(v) = 0{,}06 - \dfrac{150}{v^2} = \dfrac{0{,}06v^2 - 150}{v^2} = \dfrac{0{,}06(v^2 - 2\,500)}{v^2} = \dfrac{0{,}06(v - 50)(v + 50)}{v^2}$

b. Sur l'intervalle $[40 ; 90]$: $0{,}06 > 0$, $v^2 > 0$ et $v + 50 > 0$,
donc le signe de $C'(v)$ est donné par le signe de $v - 50$.
Or, $v - 50 \geq 0$ lorsque $v \geq 50$ d'où le tableau de signe de $C'(v)$:

v	40		50		90
$C'(v)$		−	0	+	

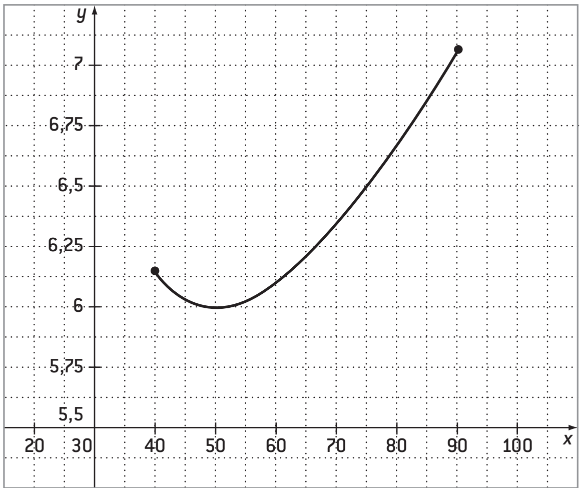
c.

v	40	50	90
$C(v)$	6,15 ↘	6	↗ 7,1

C est donc décroissante sur l'intervalle $[40 ; 50]$ et croissante sur l'intervalle $[50 ; 90]$.

d. Pour une consommation minimale égale à 6 L, il faut rouler à 50 km/h.

e.



80 **1.** $813 - 482 - 58 = 273$.

273 personnes se sont présentées mais 23 d'entres elles ne pourront être embarquées puisque l'avion contient 250 places.

Le coût du surbooking est égal à $23 \times (300 + 600) = 20\,700$ €.

2. a. $R'(x) = 0{,}032 \times 2x - 2{,}4 = 0{,}064x - 2{,}4$.

b. $R'(x) \geq 0$ lorsque $0{,}064x - 2{,}4 \geq 0$, soit $x \geq \dfrac{2{,}4}{0{,}064}$, c'est-à-dire $x \geq 37{,}5$.

x	0		37,5		50
$R'(x)$		–	0	+	
$R(x)$	60	↘	15	↗	20

R est donc décroissante sur $[0 ; 37{,}5]$ et croissante sur $[37{,}5 ; 50]$.

c. Pour $x = 37{,}5$, le risque total est minimal.

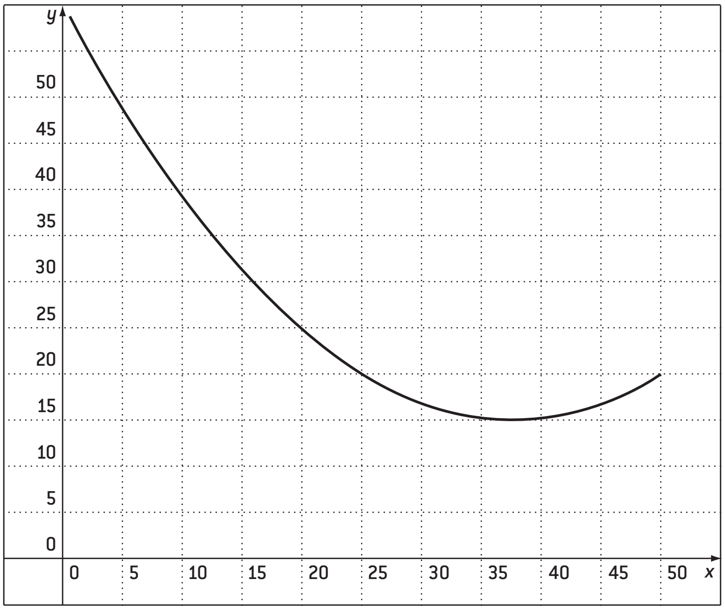
Or le nombre de place optimal en surbooking ne peut être qu'entier.

Il faut donc comparer $R(37)$ et $R(38)$:

$$R(37) = 15{,}008 \text{ et } R(38) = 15{,}008.$$

Ainsi, le risque total est minimal pour un nombre de places en surbooking égal à 37 ou 38.

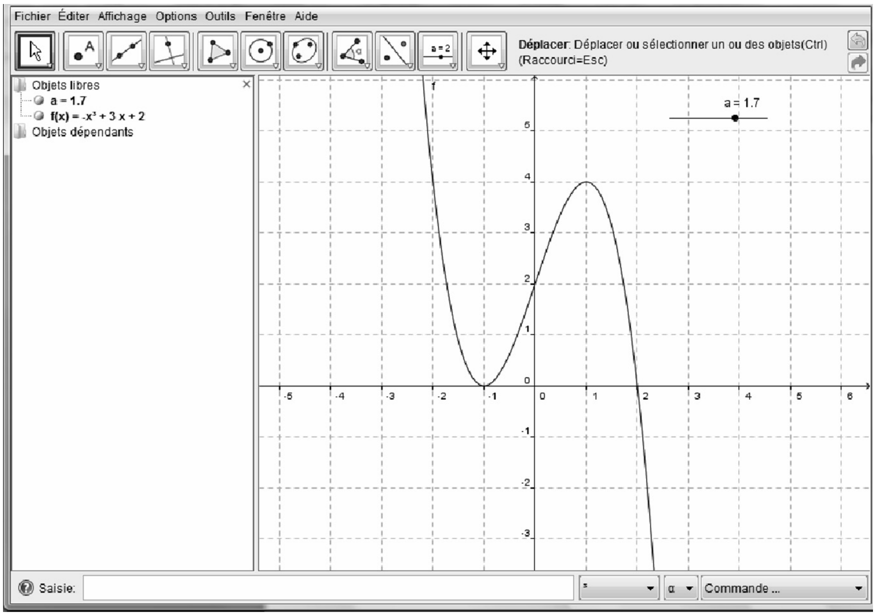
d.



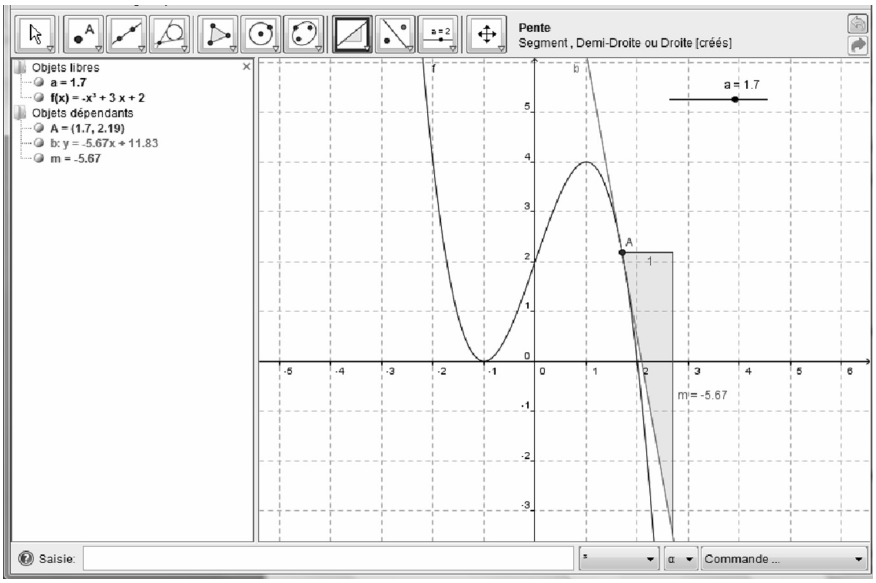
J'apprends avec les TIC p. 80

81 **Partie A**

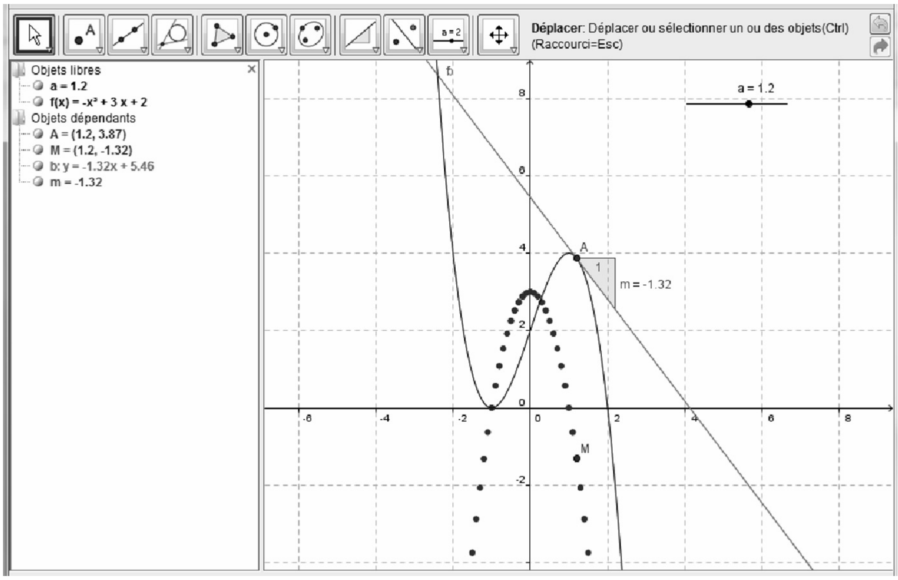
1. et **2**. On obtient l'écran suivant :



3. 4. et **5.** On obtient l'écran suivant :



6. **7.** et **8.** On obtient l'écran suivant :



Partie B

1. La courbe $\mathscr{C}'$ décrite par le point M semble être une parabole.
2. Lorsque la tangente est horizontale, le point M se situe sur l'axe des abscisses.
3. Lorsque le coefficient directeur de la tangente est positif, le point M se situe sur la partie de la parabole situé au dessus de l'axe des abscisses et lorsqu'il est négatif, il se situe sur les parties de la parabole situées en dessous de l'axe des abscisses.
4. Lorsque la fonction f est croissante, sa dérivée f' est positive (et réciproquement).
Lorsque la fonction f est décroissante, sa dérivée f' est négative (et réciproquement).

Partie C

1. a. $f'(x) = -3x^2 + 3$
b. L' expression donnant $f'(x)$ est de la forme $ax^2 + bx + c$, avec $a = -3$, $b = 0$ et $c = 3$.
Ainsi la courbe représentative de la fonction f' est une parabole, ce qui confirme la conjecture faite précédemment.
2. $f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x^2 - 1) = -3(x - 1)(x + 1)$
Or $-3 < 0$ donc:
$x - 1 \geq 0$ lorsque $x \geq 1$ et $x + 1 \geq 0$ lorsque $x \geq -1$.
On en déduit alors le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-5 ; 5]$:

	-5		-1		1		5
-3		$-$		$-$		$-$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3. Tableau de variation de f sur l'intervalle $[-5\,;5]$:

x	-5		-1		1		5
$f(x)$	112	↘	0	↗	4	↘	-108

f est décroissante sur l'intervalle $[-5\,;-1]$, croissante sur l'intervalle $[-1\,;1]$ et décroissante sur l'intervalle $[1\,;5]$.

4. Lorsque la tangente est horizontale, $f'(x)=0$. Cela se produit lorsque $x=-1$ ou $x=1$.
Le point M a pour coordonnées $(-1\,;0)$ ou $(1;0)$ donc il se situe sur l'axe des abscisses.
Sur l'intervalle $[-1\,;1]$, f est croissante et $f'(x)\geq 0$.
Or, lorsque le coefficient directeur m de la tangente est positif, $f'(x)\geq 0$. D'après le signe de $f'(x)$, cela se produit lorsque x appartient à l'intervalle $[-1\,;1]$.
Sur cet intervalle, le point M a pour ordonnée m et $m\geq 0$, donc le point M se situe sur la partie de la parabole situé au dessus de l'axe des abscisses.
Sur l'intervalle $[-5\,;-1]$ et $[1\,;5]$, f est décroissante et $f'(x)\leq 0$.
Or, lorsque le coefficient directeur m de la tangente est négatif, $f'(x)\leq 0$. D'après le signe de $f'(x)$, cela se produit lorsque x appartient à l'intervalle $[-5\,;-1]$ ou $[1\,;5]$.
Sur ces intervalles, le point M a pour ordonnée m et $m\leq 0$, donc le point M se situe sur les parties de la parabole situé en dessous de l'axe des abscisses.

Corrigés chapitre 5 Groupements A et B

FONCTIONS LOGARITHMES ET EXPONENTIELLES

Je découvre

pp. 82–83

Activité 1 Bébé mammouth, quand nous as-tu quittés ?

Partie I

1. Dérivée : $g'(x) = \dfrac{-8\,310}{x}$.

Sur $[0{,}1 ; 1]$, $x > 0$ et comme $-8\,130 < 0$, le produit d'un nombre positif par un nombre négatif est négatif : $g'(x) < 0$.

2. Sur $[0{,}1 ; 1]$, $f'(x) = \dfrac{1}{x}$ est strictement positif donc $g'(x) = \dfrac{-8\,310}{x}$ est strictement négatif.

Par conséquent, f est croissante et g est décroissante.

3. Tableau de variation de g sur $[0{,}1 ; 1]$:

x	0,1	1
g'	–	
g	19 130 ↘	0

$g(0{,}1) \approx 19\,130$ (arrondi à la dizaine)
$g(1) = 0$

4. Tableau de valeurs :

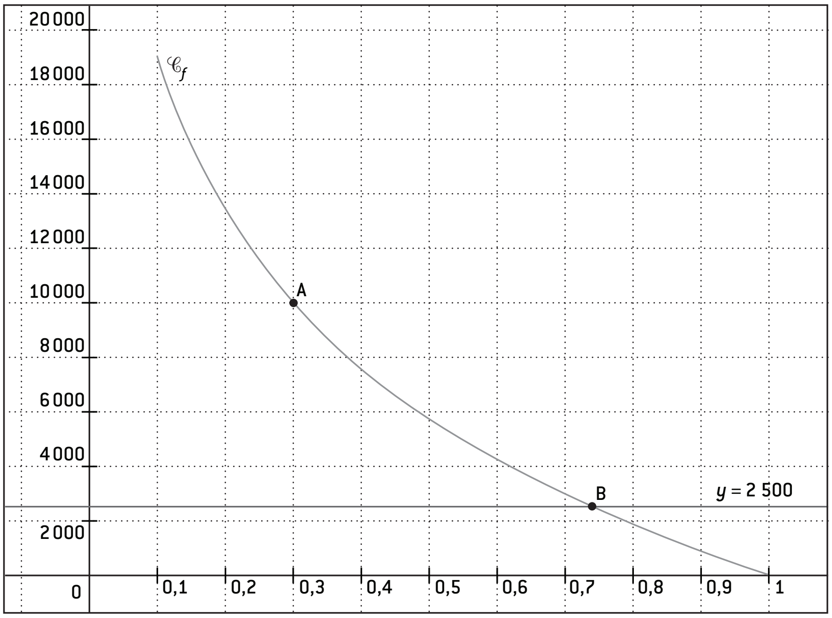
x	0,1	0,15	0,25	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
g(x)	19 130	15 770	11 520	7 610	5 760	4 240	2 960	1 850	880	0

5. a. $g(0{,}5) + g(0{,}8) = 5\,760 + 1\,850 = 7\,610 = g(0{,}4) = g(0{,}5 \times 0{,}8)$
b. $g(0{,}2) \approx 13\,370$ et $g(0{,}5) + g(0{,}4) = 5\,760 + 7\,610 = 13\,370 = g(0{,}2)$.
6. On a : $0{,}4 = 0{,}5 \times 0{,}8$ donc $g(0{,}4) = g(0{,}5 \times 0{,}8) = -8\,310 \ln(0{,}5 \times 0{,}8)$
et $g(0{,}5) + g(0{,}8) = -8\,310 \ln 0{,}5 - 8\,310 \ln 0{,}8 = -8\,310(\ln 0{,}5 + \ln 0{,}8)$.

D'où : $-8\,310 \ln(0{,}5 \times 0{,}8) = -8\,310(\ln 0{,}5 + \ln 0{,}8)$.
On pourrait démontrer de la même façon que :

$$-8\,310 \ln(0{,}5 \times 0{,}4) = -8\,310(\ln 0{,}5 + \ln 0{,}4)$$

7.



Partie II : Exploitation des résultats

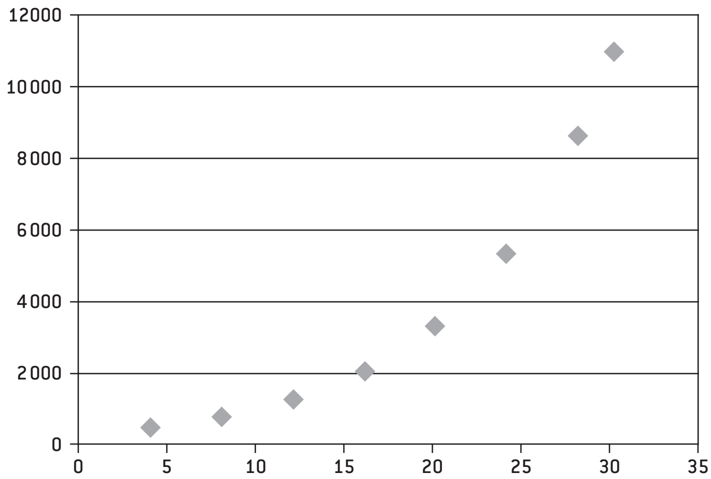
1. Graphiquement, on trouve $x \approx 0{,}74$ pour un fossile de 2 500 ans (on a tracé $y = 2\,500$).

2. Si $x \approx 0{,}3$ alors l'âge de Lyuba sera d'environ 10 000 ans.

3. Calcul : $-8\,310 \ln 0{,}3 \approx 10\,010$.

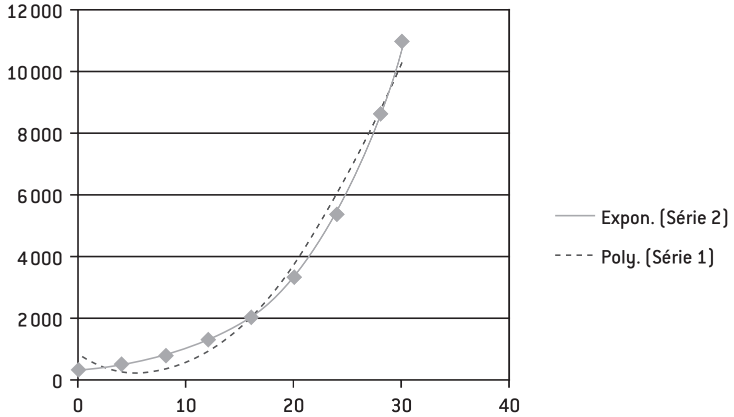
Activité 2 On ne plaisante pas avec l'hygiène

1.



2. Cette courbe pourrait ressembler à une partie de parabole ou de courbes exponentielles.

3. a. et **b.**

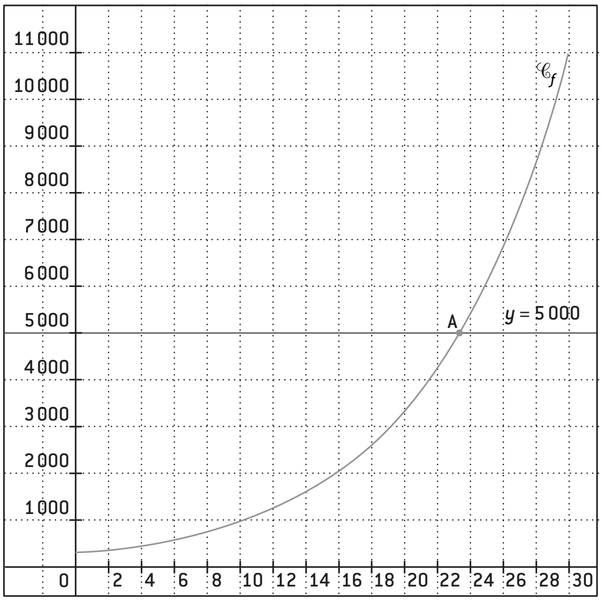


c. La fonction « expon » (série 2) se superpose parfaitement sur les points. Son équation s'affiche en cochant l'option « Afficher l'équation de la courbe de tendance » : $y = 300e^{0,12t}$.

4. $P(10) \approx 996$ et $P(25) \approx 6\,025,7$.

5. a. Tableau de valeurs :

t	0	4	8	12	16	20	24	28	30
P(*t*)	300	485	784	1 266	2 046	3 307	5 344	8 637	10 979



b. La date d'intervention se situe graphiquement entre le 23^e^ et le 24^e^ jour.

c. Pour retrouver le résultat par le calcul, il faudrait résoudre l'inéquation :

$P(t) > 5\,000$, c'est-à-dire $300e^{0,12t} > 5\,000$.

Nous verrons ultérieurement la méthode de résolution de ce type d'inéquation.

Je m'entraîne pp. 96–97

58 $A = e^{\ln(4)} = 4$

$B = e^{2\ln(5)} = 25$

$C = \ln(e^{-3x}) = -3x$

$$D = \ln\left(\frac{1}{e^{4\times 2}}\right) = \ln(1) - \ln(e^8) = 0 - 8 = -8$$

$E = \log(10^{5x}) = 5x$

$F = \log(10^{-7t}) = -7t$

$G = 10^{\log(10)} = 10$

$H = 10^{7\log(2)} = 2^7 = 128$

59 **1.** Le domaine de définition de f est $]0\,;+\infty]$.

2. $f'(x) = 2 - \dfrac{1}{x}$

3. $f'(x) = 0\,;\ 2 = -\dfrac{1}{x}\,;\ 2x = 1\,;\ x = \dfrac{1}{2}$

4. $f(0{,}5) = 0{,}307$

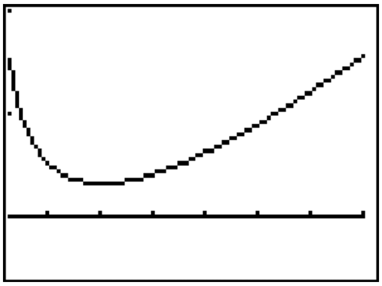
5. $f'(x) < 0\,;\ 2x < 1\,;\ x < \dfrac{1}{2}$ car $2 > 0$, donc l'inégalité ne change pas de sens.

6.

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de f'		–	0	+	
Sens de f		↘	0,30	↗	

60 **1.** La représentation graphique de g est la courbe rouge.

2. Le graphe de f présente un minimum en $x_0 \approx 2$, valeur lue sur l'écran après avoir fixer la bonne fenêtre :
$X\text{min} = 0{,}125$; $X\text{max} = 7$; scale $= 0{,}5$; $Y\text{min} = 0$;
$Y\text{max} = 10$; scale $= 1$.



3. $g'(x) = 0{,}5 - \dfrac{1}{x}$

4. Pour trouver x_0, on résous : $g'(x) = 0$; soit $0{,}5 = \dfrac{1}{x}$; $0{,}5x = 1$; $x = 1 \div 0{,}5 = 2$.

$g'(x) < 0\,;\ 0{,}5x < 1\,;\ x < \dfrac{1}{0.5}$ car $0{,}5 > 0$, donc l'inégalité ne change pas de sens.

Donc $g'(x) < 0$ quand $x < 2$. De même, $g'(x) > 0$ quand $x > 2$.

5.

x	0,125		2		7
Signe de g'		–	0	+	
Sens de g	2,14	↘		↗	1,55

Oui, le minimum de g est le point M (2 ; 0,3).

61 **1.** $f(0) = 20e^{3\times 0} = 20$. $f(0{,}5) = 20e^{3\times 0{,}5} = 90$

2. $f'(x) = 20 \times 3e^{3x} = 60\,e^{3x}$

3. $f'(0) = 60e^{3\times 0} = 60$; en M la tangente est une droite de coefficient directeur 60.

4. $f'(x) = 60e^{3x}$; 60 et e^{3x} sont deux nombres positifs donc leur produit l'est aussi. Donc $f'(x) > 0$.

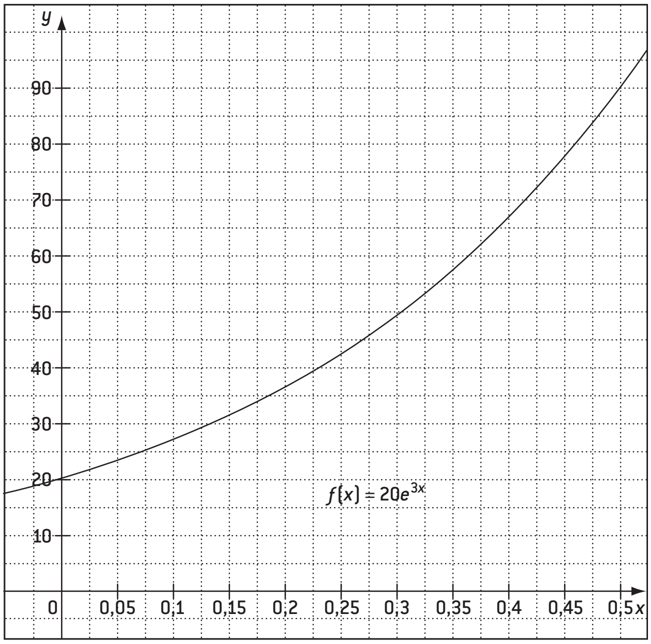
5. Comme $f'(x) > 0$, la fonction f est croissante sur [0 ; 0,5].

x	0		0,5
Signe de f'		+	
Sens de f	20	↗	90

6.

x	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
$f(x)$	20	23	27	31	36	42	49	57	66	77	90

7.



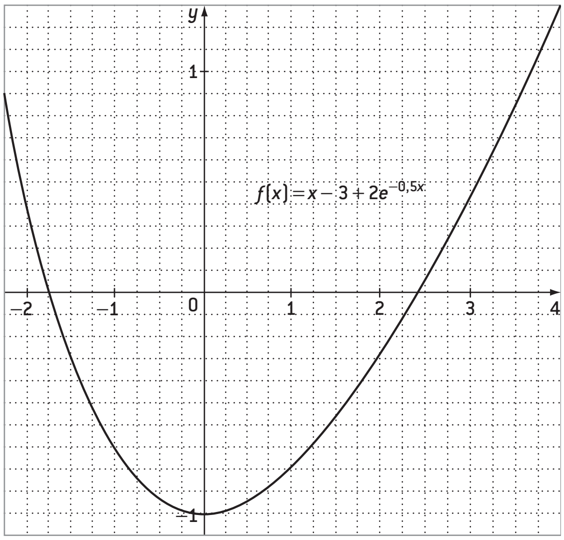
62 **1.** $f(-2) = 0{,}44$ et $f(4) = 1{,}27$.
2. $f'(x) = 1 + 0 + 2 \times (-0{,}5)\, e^{-0{,}5x} = 1 - e^{-0{,}5x}$
3. $f'(x) = 0$; $1 - e^{-0{,}5x} = 0$; $1 = e^{-0{,}5x}$;
on applique la fonction « ln » à l'égalité et on a :
$\ln 1 = \ln e^{-0{,}5x}$; $0 = -0{,}5x$
donc $x = 0$.
4. $f'(x) > 0$ veut dire $1 - e^{-0{,}5x} > 0$ et $1 > e^{-0{,}5x}$ donc $\ln 1 > \ln e^{-0{,}5x}$; $0 > -0{,}5x$;
comme $-0{,}5 < 0$, le sens de l'inégalité change et on a $0 < x$.
5.

x	-2		0		4
Signe de f'		$-$	0	$+$	
Sens de f	$0{,}44$	↘	-1	↗	$1{,}27$

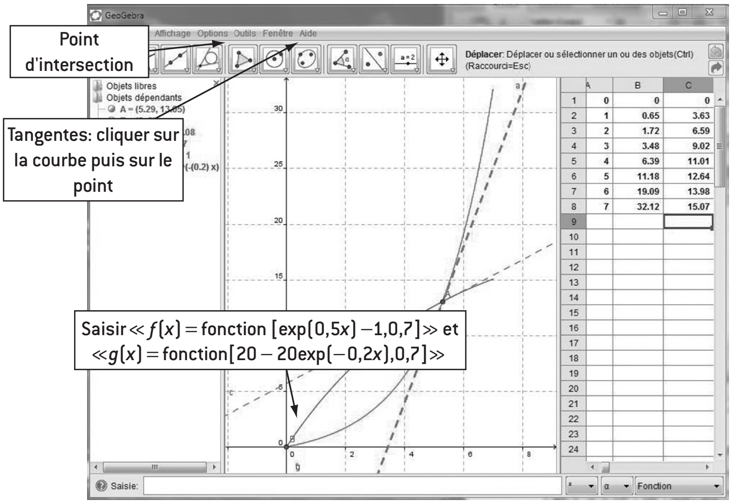
6.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)	0,44	– 0,7	– 1	– 0,79	– 0,26	0,45	1,27

7.



63 **1.**



2.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	0	0,65	1,72	3,48	6,39	11,18	19,09	32,12	53,6
$g(x)$	0	5,44	9,89	13,54	16,52	18,96	20,96	22,6	23,94

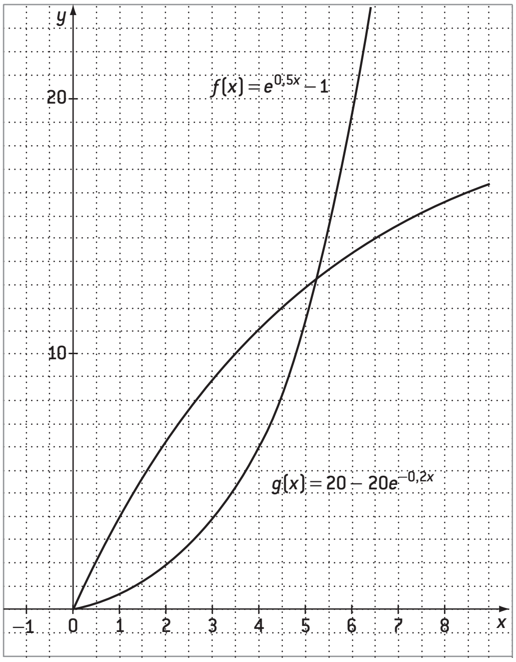
3. f et g sont croissante sur $[0\,;8]$.

4. $f'(x) = 0{,}5\,e^{0{,}5x}$ et $g'(x) = 0 - 30 \times (-0{,}2)\,e^{-0{,}2x} = 6e^{-0{,}2x}$.

Comme l'exponentielle est toujours positive et que $6 > 0$ et $0{,}5 > 0$ les dérivées f' et g' sont positives.

5. On en déduit que f et g sont croissantes sur l'intervalle $[0\,;7]$.

6.



7. $f(x) = g(x)$ pour $x = 5{,}21$ et $f(x) \leq g(x)$ pour $0 \leq x \leq 5{,}21$.

64 **1.** $N(0{,}5) = 2\,828$

$N(2) = 64\,000$

$N(4) = 40\,1\,896\,000$ bactéries.

2. On applique la fonction «log» aux deux membres de l'égalité et on obtient :

$$\log N(t) = \log(1\,000 \times 8t) = \log(1\,000\,) + \log\,(8t) = 3 + t\,\log 8 \approx 3 + 0{,}9t$$

3. $N(t) > 10^6$ donc $\log(N(t)) > \log(10^6\,)$ et $\log 10^6 < 3 + 0{,}9t$

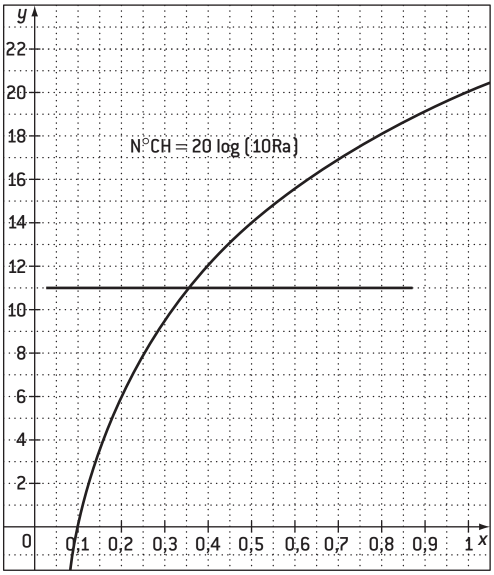
$6 < 3 + 0{,}9t$; $6 - 3 < 0{,}9t$; $t > \dfrac{3}{0{,}9} = 3{,}33$ h

$t = 3{,}33$ h $= 3{,}33 \times 60 = 3$ h $+ 19{,}8$ min $= 3$ h $+ 19$ min $+ 0{,}8 \times 60$ s $= 3$ h 19 min 48 s

65 **1.**

R_a (µm)	0,1	0,2	0,4	0,7	1
N° CH	0	6	12	17	20

2.



3. On lit $Ra \approx 0{,}56$ µm.

66 **1.** $20 = 850(1 - \lambda\, e^{-0{,}001 \times 0})$

$\dfrac{20}{850} = 1 - \lambda$

$\dfrac{20}{850} - 1 = -\lambda$

$1 - \dfrac{20}{850} = \lambda = 0{,}98$

2. a. $\theta = 850(1 - 0{,}98\,e^{-0{,}001\times30\times60}) = 712\ °C$

b. T = 1 000 °C

On a donc : $1\,000 = 850(1 - 0{,}98e^{-0{,}001t})$

$$\frac{1000}{850} = (1 - 0{,}98e^{-0{,}001t})$$

$$\frac{1000}{850} - 1 = 0{,}98e^{-0{,}001t}$$

$$0{,}17647 = 0{,}98e^{-0{,}001t}$$

$$\frac{0{,}17647}{0{,}98} = e^{-0{,}001t}$$

$$\ln\frac{0{,}17647}{0{,}98} = \ln e^{-0{,}001t}$$

$$-0{,}001t = \ln\frac{0{,}17647}{0{,}98}$$

$$t = \frac{\ln\frac{0{,}17647}{0{,}98}}{-0{,}001} = 1\,714 \text{ secondes} = \frac{1714}{60} = 28{,}5666 = 29 \text{ minutes.}$$

67 **1.**

Concentration $[H_3O^+]$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-11}	10^{-12}	10^{-13}
pH	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Nature de la solution	Acide					Neutre				Basique			

2. pH = 4,3 donc solution acide.

3. a. et **b.** Non car $0{,}05 = 5 \times 10^{-2}$; $10^{-2} < [H_3O^+] < 10^{-1}$, on peut dire que $1 < pH < 2$.

4.

Concentration	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
$-\log[H_3O^+]$	1	2	3	4	5	6	7
PH	1	2	3	4	5	6	7

Ou par le calcul:

on applique la fonction «log» à l'égalité $[H_3O^+] = 10^{-pH}$.

$\log [H_3O^+] = \log 10^{-pH} = -pH\log 10 = -pH$, donc $pH = -\log[H_3O^+]$.

5. $pH = -\log(0{,}05) = 1{,}3$. Ce qui confirme l'estimation de la valeur du pH comprise entre 1 et 2.

Je résous

p. 99

69 **1.** L'équation est : $6 - 6e^{-0,45t} = 5,7$.

2. $-6e^{-0,45t} = 5,7 - 6$; $-6e^{-0,45t} = -0,3$; $e^{-0,45t} = \dfrac{-0,3}{-6}$; $e^{-0,45t} = 0,05$.

3. On applique la fonction «ln» aux deux membres de l'égalité :

$$\ln\left(e^{-0,45t}\right) = \ln(0,05)$$
$$-0,45t = \ln(0,05)$$
$$t = \frac{\ln(0,05)}{-0,45} \approx 6,7$$

4. La tension aux bornes du condensateur est de 5,7 V au bout de 6,7 secondes.

5. L'inéquation est : $6 - 6e^{-0,45t} \leq 5,7$.

6. On a : $-6e^{-0,45t} \leq 5,7 - 6$

$-6e^{-0,45t} \leq -0,3$

$e^{-0,45t} \geq \dfrac{-0,3}{-6}$ car on divise par $-6 < 0$

$e^{-0,45t} \geq 0,05$.

7. On a : $\ln\left(e^{-0,45t}\right) \geq \ln(0,05)$

$-0,45t \geq \ln(0,05)$

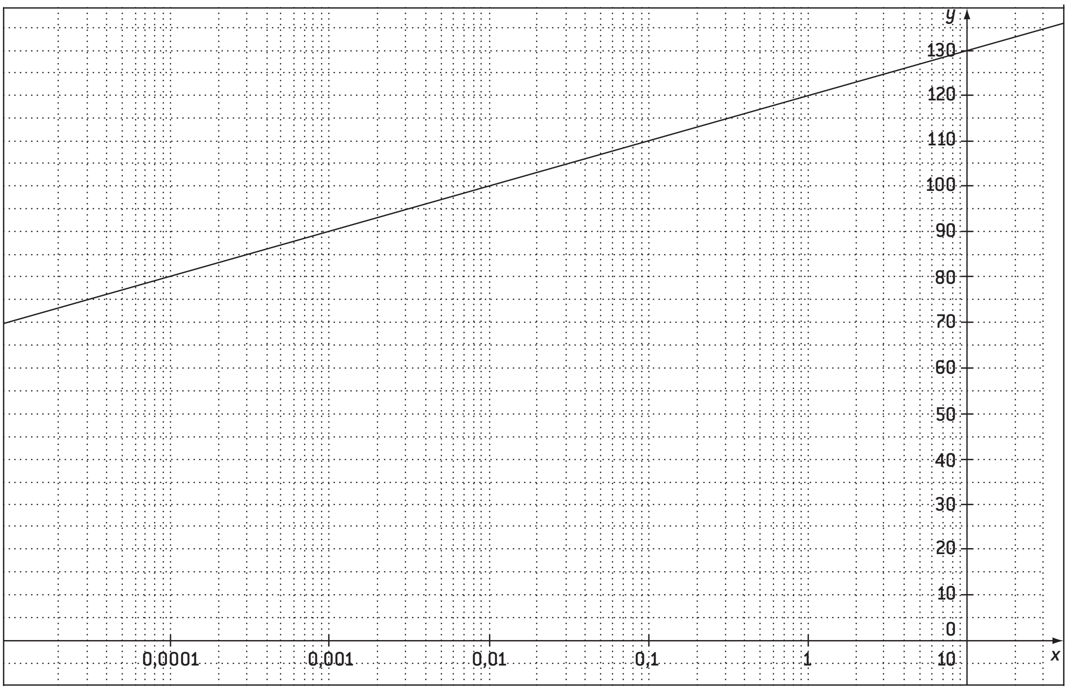
$t \leq \dfrac{\ln(0,05)}{-0,45} \approx 6,7$ car on divise par $-0,45 < 0$.

La tension aux bornes du condensateur est de 5,7 V maximum entre 0 et 6,6 secondes.

70 **1.**

I (en W/m²)	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1
N (en dB)	70	80	90	100	110	120

2.



3. On obtient une droite.

4. « Dans le repère semi-logarithmique **horizontal**, la courbe représentative d'une fonction **logarithme décimale** d'expression $f(x) = k\log(Ax) + B$ est une **droite** ».

J'apprends avec les TIC

p. 100

71 **1.** L'équation est : $20\log\left(\dfrac{V_s}{V_e}\right) = 10$.

2. a. Comme $V_s \geq V_e$, la plus petite valeur du rapport $\dfrac{V_s}{V_e}$ est 1 donc g est définie sur $[1\,;+\infty[$.

b. g est définie par $g(x) = 20\log(x)$, donc $g'(x) = \dfrac{20}{x\ln(10)}$.

c. Comme $\dfrac{20}{\ln(10)} > 0$ et $x \geq 1 > 0$, alors $g'(x) > 0$ pour $x \geq 1$.

Et g est croissante sur $[1\,;+\infty[$.

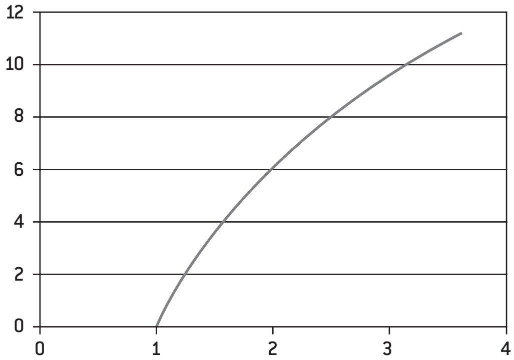
3. Voici le tableau de valeur obtenue à l'aide du tableur.

214	3,13	9,91088675
215	3,14	9,93859296
216	3,15	9,96621108
217	3,16	9,99374165
218	3,17	10,0211852
219	3,18	10,0485424
220	3,19	10,0758137
221	3,2	10,1029996
222	3,21	10,1301006
223	3,22	10,1571174
224	3,23	10,1840504

4. a. et **b.** On lit $x \approx 3{,}16$.

5. $\dfrac{V_s}{V_e} = 3{,}16$ donc $\dfrac{V_s}{2{,}8} = 3{,}16$ et $V_s = 3{,}16 \times 2{,}8 = 8{,}848\ V$.

6.



FONCTIONS EXPONENTIELLES DE BASE *q* ET LOGARITHME DÉCIMAL

Je découvre

pp. 82–83

Activité 1 La loi de Moore

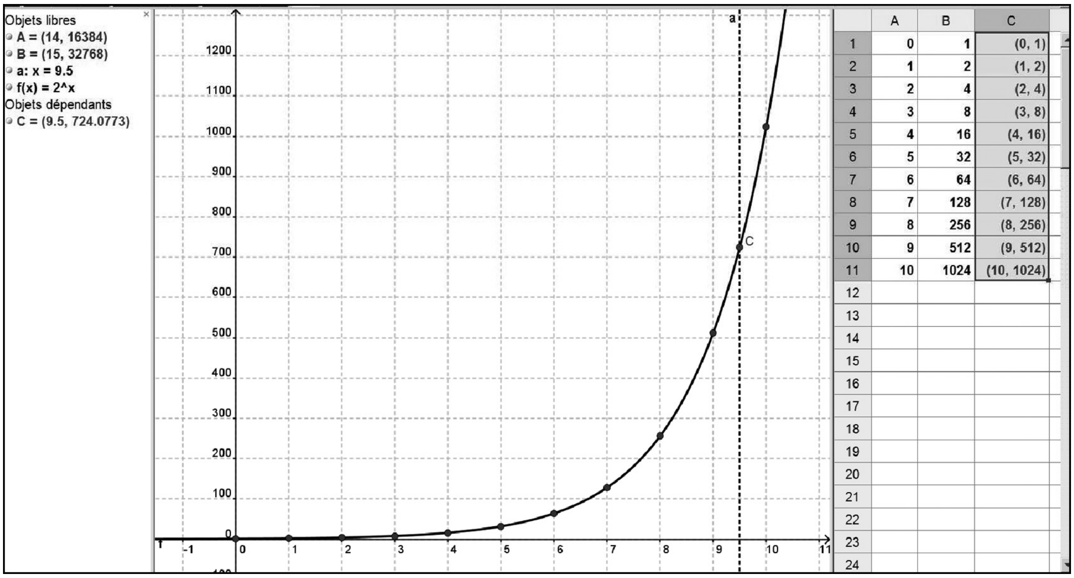
1.

Année	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88	90
***n* : le nombre de périodes de deux années**	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_n : le nombre de transistors (en milliers)	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1 024

2. D'après le tableau les rapports entre deux termes consécutifs sont égaux et ont pour valeurs 2. Il s'agit donc d'une suite géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $u_0 = 1$.

3. $u_n = 2^n$

4. et **5. a.**



b. La représentation graphique de la fonction f passe par l'ensemble des points $(n\,;u_n)$, on peut donc considérer que la fonction f modélise l'évolution du nombre de transistors.
6. L'année 1989 correspond à $x = 9{,}5$ et $f(2{,}5) \approx 724$.
En 1989, il y avait environ 724 transistors dans un microprocesseur.

Activité 2 Combien serons-nous ?

1. $\dfrac{u_2}{u_1} = \ldots = \dfrac{u_n}{u_{n-1}} = 1{,}01$. La suite est géométrique de premier terme $u_0 = 6{,}842$ et de raison $q = 1{,}01$.
2. $u_n = 6{,}842 \times 1{,}01^n$
3. $6{,}842 \times 1{,}01^n = 2 \times 6{,}842$ équivaut à $1{,}01^n = 2$.
4. $n \approx 70$
5. En 2080, nous pourrions être deux fois plus nombreux sur Terre.

Activité 3 Calculatrice !

1.

x	-1	0	0,3	0,7	1	2	3
10^x	0,1	1	2	5	10	100	1 000

x	0,1	1	2	5	10	100	1 000
$\log x$	-1	0	0,3	0,7	1	2	3

2. $\log 1 = 0$ et $10^0 = 1$; $\log 100 = 2$ et $10^2 = 100$; $\log 2 = 0{,}3$ et $10^{0{,}3} = 2$.
3. Non, car 10^x est toujours positif quelle que soit la valeur de x.
4. $\log(10^4) = 4$; $\log(10^{-3}) = -3$ et $\log\left(\dfrac{1}{10}\right) = \log(10^{-1}) = -1$.
5.

	$\log a$	$\log b$	$\log a + \log b$	$\log(a \times b)$	$\log a - \log b$	$\log\left(\dfrac{a}{b}\right)$
$a = 10$ et $b = 2$	1	0,3	1,3	1,3	0,7	0,7
$a = 5$ et $b = 8$	0,7	0,9	1,6	1,6	$-0{,}2$	$-0{,}2$

6. On prend par exemple $a = 4$ et $b = 3$.

	$\log a$	$\log b$	$\log a + \log b$	$\log(a \times b)$	$\log a - \log b$	$\log\left(\dfrac{a}{b}\right)$
$a = 4$ et $b = 3$	0,6	0,5	1,1	1,1	0,1	0,1

7. $\log(a \times b) = \log a + \log b$

$\log\left(\dfrac{a}{b}\right) = \log a - \log b$

8. a. $\log\left(\dfrac{1}{a}\right) = \log 1 - \log a = 0 - \log a = -\log a$

b. $\log\left(\dfrac{1}{2}\right) = -0{,}3$; $\log\left(\dfrac{1}{5}\right) = -0{,}7$ et $\log\left(\dfrac{1}{8}\right) = -0{,}9$

9. a. $\log(a^n) = \log(\underbrace{a \times \ldots \times a}_{n \text{ fois}}) = \underbrace{\log a + \log a}_{n \text{ fois}} + \ldots + \log a = n \times \log a$

b. $\log(2^5) = 5 \log 2 = 1{,}5$ et $\log(5^3) = 3 \log 5 = 2{,}1$.

Je m'entraîne

pp. 96–97

35 ***Erratum*** *: Une erreur s'est glissée dans la première édition du manuel. Sur le graphique le point correspondant à la production la 4e année a pour ordonnée 640, et non 340.*

1. L'affirmation peut sembler vraie car les accroissements, en valeur absolue, sont plus grands pour la production que pour le coût de la main d'œuvre.

2. Suite géométrique de raison 2.

3. Suite géométrique de raison 2.

4. a. Ce sont des droites parallèles.

b. Oui, la représentation graphique d'une suite géométrique est une droite dans un repère semi-logarithmique. Elles sont parallèles car elles ont la même raison : même progression géométrique.

c. Elle met en évidence les progressions géométriques et permet de comparer des accroissements relatifs.

d. Elle est restée constante.

36 **1.** Repère semi-logarithmique vertical.

2. La bonne réponse est **b.**

3.

115/48 =	2,396
280/115 =	2,435
573/280 =	2,046
1 200/573 =	2,094
3 037/1 200 =	2,531
Moyenne =	**2,3**

4. 130 %

37 **1.**

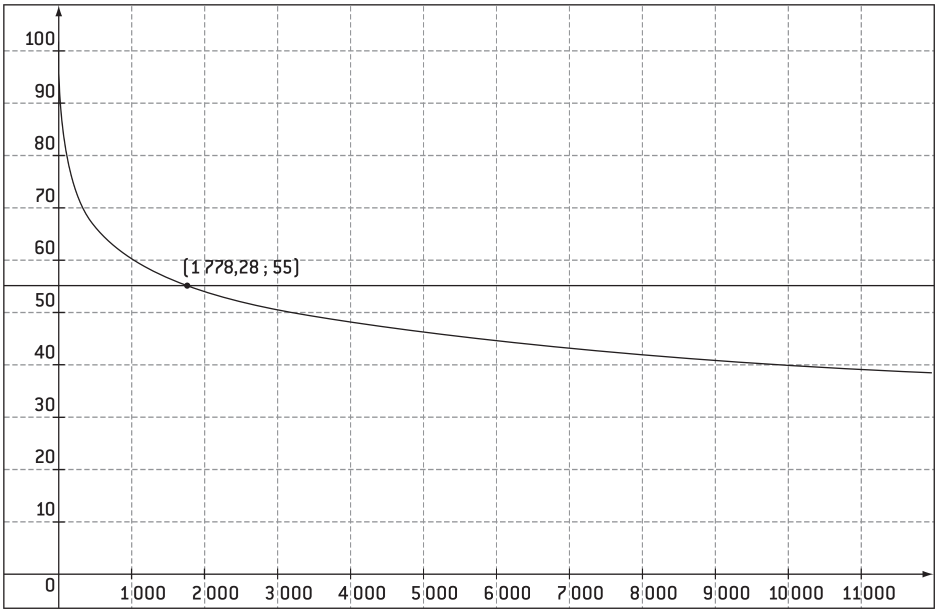
Distance *d* (m)	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1 024
Niveau sonore L (dB)	120	114	108	102	96	90	84	78	72	66	60

2. Suite géométrique de raison 2.

3. Suite arithmétique de raison – 6.

4. Le niveau sonore L diminue de 6 dB chaque fois que la distance est doublée.

5. a.



b.

x	1	10 000
$f(x)$	120 ↘	40

c. Oui, la fonction logarithme décimale est croissante.
On en déduit que la fonction $x \longmapsto -20\log x$ est décroissante car la multiplication par un nombre négatif implique des variations opposées. On en déduit que f est décroissante car l'ajout d'une constante ne modifie pas le sens de variation.

6. Pour 500 m, L = 66,0 dB. Pour 1 000 m, L = 60 dB et pour 1 500 m, L = 56,5 dB.

7. a. À l'aide de la représentation graphique, on trouve : $d \approx 1\,780$ m.

b. $120 - 20\log x = 55$ équivaut à $x = 10^{65/20} = 1\,778{,}28$ m à 10^{-2} près.

38 **1.** 1,02

2.

Nombre d'années écoulées	0	1	2	3	4
Consommation	100	102	104,04	106,12	108,24
Rapport consommation/ consommation initiale	1	1,02	$1{,}02^2$	$1{,}02^3$	$1{,}02^4$

3. $C(x) = 100 \times 1{,}02^x$

4. $1{,}02^x = 2\,200$, soit $1{,}02^x = 2$.

5. $x = \dfrac{\log(2)}{\log(1{,}02)} \approx 35$, soit 35 années.

6. a. 70 années.

b. 140 années.

7. Remplacer chaque valeur a de la graduation par la valeur $35 \times a$.

8. $1{,}02^{100} \approx 7$. Chaque siècle, la consommation est multipliée par 7.

39 **1.** Augmentation de 5 %.

2. Un problème correspondant peut par exemple être : « au bout de combien de temps, un capital placé à 5 % aura-t-il doublé ? ».

3. $1{,}05^x = 2$ équivaut à $x = \dfrac{\log(2)}{\log(1{,}05)} \approx 14{,}2$, soit environ 15 ans.

40 **1.** Diminution de 10 %.

2. Un problème correspondant peut par exemple être : « Une balle lachée sans vitesse initiale rebondit. La hauteur atteinte par la balle diminue à chaque rebond de 10 %. Au bout de combien de rebonds la hauteur atteinte par la balle sera-t-elle égale au $\dfrac{1}{5}^{\text{e}}$ de la hauteur initiale ? ».

3. $0{,}9^x = \dfrac{1}{5}$ équivaut à $x = \dfrac{\log(0{,}2)}{\log(0{,}9)} \approx 15{,}3$, soit environ 16 rebonds.

41 Nombre de personnes au niveau n : 3^n.
Nombre de personnes ayant reçues le SMS au niveau n : $S_n = \dfrac{3^{n+1} - 1}{2}$ (somme des termes d'une suite géométrique).

$\dfrac{3^{n+1} - 1}{2} = 65{,}10^6$ donne $n = \dfrac{\log(130{,}10^6)}{\log(3)} + 1 \approx 18$ niveaux.

Je résous

p. 99

43 **1.** 99 jours.

2.

Le nombre de jours écoulés	100	99	98	97	96	95
n **: le nombre de jours qui précèdent le recouvrement de l'étang**	0	1	2	3	4	5
C_n : le taux de surface recouverte	1	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,03125

3. a. 98 jours.

b. 95 jours.

4. $C_n = 0{,}5^n$

5. a. Un millième de la surface recouverte correspond à un taux égal à $\frac{1}{1\,000}$,

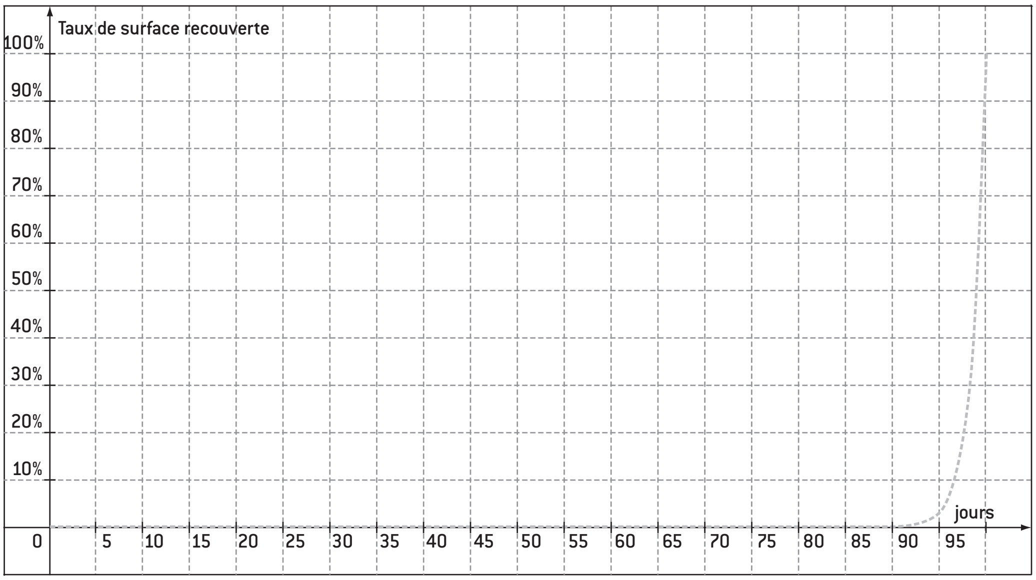
d'où l'équation : $C_n = \frac{1}{1\,000}$ équivalente à $0{,}5^n = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001$.

b. $n = \frac{\log(0{,}001)}{\log(0{,}5)} \approx 10$

c. 90 jours.

6. a. Base 2.

b.



7. Elle permet de rappeler plusieurs faits :

– les ressources terrestres sont limitées comme la taille de l'étang ;

– il peut se passer une longue période où il ne se passe rien, où les ressources semblent suffisantes (90 % de la période avant le crash), mais il faut commencer à agir car cette période étant dépassée, l'augmentation est brutale et les ressources diminuent très rapidement.

44 **1.**

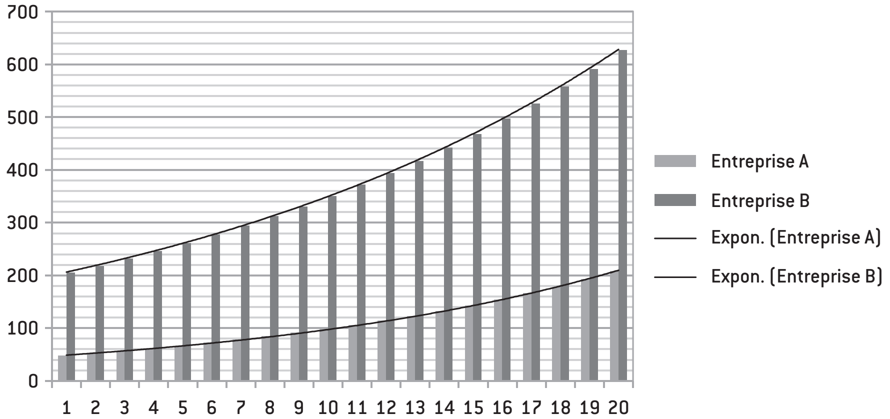
a **: le premier chiffre significatif**	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p **: sa fréquence théorique (en %)**	30,1	17,6	12,5	9,7	7,9	6,7	5,8	5,1	4,6

2. Voir fichier TIC corrigé.

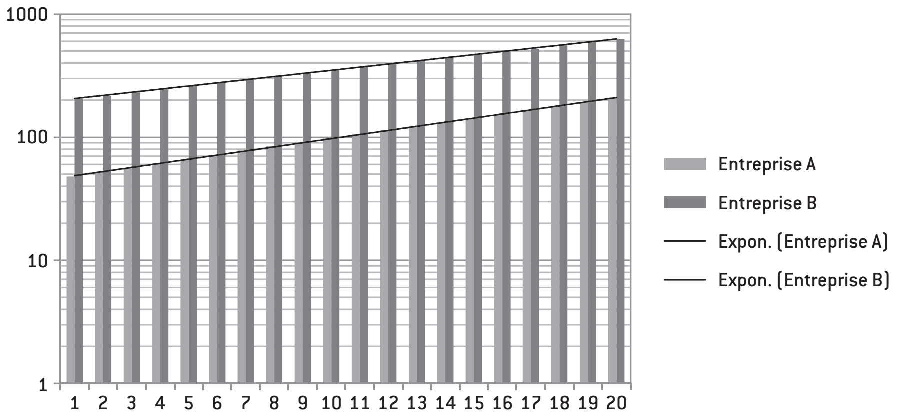
J'apprends avec les TIC

p. 100

45 **1.** Voici les histogrammes obtenus (voir fichier TIC).



2. a. Le chiffre d'affaire de l'entreprise B semble croître plus rapidement.
b. Non, car sinon les histogrammes seraient en forme de marches d'escalier régulières …
3. Voir graphiques ci-dessus.
4.



a. L'allures des courbes exponentielles deviennent des droites.
b. Question **3** : l'entreprise B.
Question **4** : oui car les histogrammes sont en forme de marches d'escalier régulières.
5. Voici ce que l' ou obtient avec un tableur.

Entreprise A	Entreprise B
1,08	1,06
1,08	1,06
1,09	1,06
1,08	1,06
1,09	1,06
1,08	1,06
1,09	1,06
1,07	1,06
1,08	1,06
1,08	1,06
1,08	1,06
1,08	1,06
1,07	1,06
1,08	1,06
1,08	1,06
1,08	1,06
1,07	1,06
1,08	1,06
1,08	1,06
1,08	1,06

6. Pour A : 1,08. Pour B : 1,06.
7. a. Pour A : premier terme = 48 ; suite géométrique de raison 1,08.
Pour B : premier terme = 205 ; suite géométrique de raison 1,06.
b. Pour A : 8 % et pour B : 6 %.
c. Question **3** : l'entreprise B a un chiffre d'affaire qui augmente plus vite que celui de l'entreprise A.
Question **4** : les deux entreprises ont des chiffres d'affaires qui ont des croissances relatives constantes.

Présentation DOMAINE 3

GÉOMÉTRIE

En classe de terminale, ce domaine se compose de trois modules spécifiques : *Géométrie dans le plan et dans l'espace (consolidation), Vecteurs 2* et *Trigonométrie 2*.

La vie quotidienne continue, pour cette classe de terminale, à fournir de nombreuses situations permettant de « faire de la géométrie », c'est-à-dire de lire et interpréter des figures, d'en élaborer, de raisonner sur ces figures, de calculer des longueurs, des angles.

L'étude des *vecteurs* et de la *trigonométrie*, abordée en première, se poursuit.

Le module *Géométrie dans le plan et dans l'espace (consolidation)* consiste à reprendre les principales notions abordées en classe de seconde (sans révision systématique) et à consolider la vision dans l'espace.

Les logiciels de géométrie dynamique sont utilisés pour conjecturer des propriétés ou pour augmenter la lisibilité des figures étudiées.

Pour le groupement A, un module complémentaire est proposé en vue de la poursuite d'étude en Section de Technicien Supérieur : *Produit scalaire*. Ce module est présenté dans la section « Présentation des chapitres STS ».

Ce module complémentaire doit permettre d'offrir aux élèves des outils spécifiques utilisés dans le domaine professionnel.

Groupement B

CHAPITRE 6 GÉOMÉTRIE, REPÉRAGE ET VECTEURS DANS L'ESPACE p. 101

• **Priorités pour les élèves**

– Approfondir les notions de géométrie déjà abordées en seconde et accentuer le travail sur la géométrie dans l'espace et ses différentes représentations.
– Utiliser les logiciels de géométrie dynamique pour conjecturer.
– Aborder le repérage dans l'espace, en utilisasnt la notion de vecteur.
– Utiliser un repère de l'espace.

• **Points délicats**

La perspective et la vision dans l'espace que ce soit pour étudier la géométrie dans l'espace ou pour l'étude des vecteurs dans l'espace est une notion qui pose souvent des problèmes aux élèves. L'apport des logiciels de géométrie dynamique permet de lever les difficultés de représentation dans l'espace.

• **Stratégie adoptée dans la manuel**

En s'appuyant sur de multiples activités, les notions de géométrie et de vecteur sont introduites graduellement. Les notions abordées sont de plus en plus contextualisées ce qui permet de tester la maitrise des notions.

Ce chapitre s'adresse aux élèves se préparant aux baccalauréats professionnels du groupement A. Son objectif est donc de fournir aux élèves quelques outils spécifiques introduits à partir d'exemples concrets issus du domaine professionnel.
Il vient clore l'étude de la trigonométrie amorcée en classe de première.

• Priorités pour les élèves

– Connaître l'expression d'une grandeur alternative sinusoïdale et la représenter par un vecteur de Fresnel.
– Connaître la définition des angles associés (supplémentaires et complémentaires).
– Connaître la courbe représentative de la fonction cosinus.
– Connaître et mettre en œuvre les formules exprimant $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$.
– Résoudre des équations trigonométriques de la forme $\cos(x) = a$, $\sin(x) = b$ et $\sin(\omega t + \varphi) = c$.
– Être capable de placer les images de nombres réels sur le cercle trigonométrique.
– Être capable de déterminer graphiquement, à l'aide du cercle trigonométrique, le cosinus et le sinus d'un nombre réel.
– Utiliser la calculatrice pour estimer l'ensemble des solutions d'une équation trigonométrique.

• Points délicats

Les contenus du chapitre Trigonométrie 1, étudiés en classe de première, doivent être initialement parfaitement maîtrisés par les élèves.
Le premier point délicat sera, pour l'élève, d'établir des liens entre le vecteur de Fresnel et la courbe représentative d'une grandeur alternative sinusoïdale.
Le second point délicat se situera dans la résolution des équations trigonométriques. La recherche des solutions dans l'intervalle $]-\pi\,;\pi]$ n'est pas aisée et l'écriture de l'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ constituera une difficulté importante pour l'élève.

• Stratégie adoptée dans le manuel

Le chapitre s'ouvre sur une situation souvent observée en électricité : le déphasage entre deux tensions alternatives sinusoïdales.
Le test de prérequis permet ensuite de vérifier le niveau de maîtrise des élèves sur le chapitre trigonométrie 1 et sur la notion de vecteur.
Les activités (celles du manuel et celles du CD-Rom) permettent d'introduire la notion de vecteur de Fresnel et de se familiariser avec la notion de grandeur alternative sinusoïdale.
Le cours reprend linéairement et intégralement toutes les connaissances et les capacités du programme. De nombreux exemples viennent donner du sens aux différentes notions introduites.
Les exercices ont été choisis afin de faciliter les apprentissages.
L'utilisation des TIC, nécessaire, a été privilégiée.

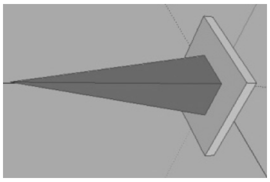
Corrigés chapitre 6 **Groupement B**

GÉOMÉTRIE, REPÉRAGE ET VECTEURS DANS L'ESPACE

Je découvre

pp. 102–103

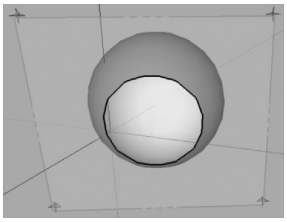
Activité 1 Pointe à pitre !

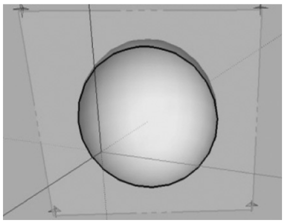


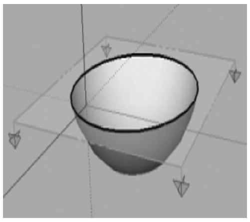
1. Le corps des deux pointes présentées est identique, c'est un cylindre.
2. La tête de chaque modèle utilisé est un cylindre (aplati) pour le modèle a, et un cône pour le modèle b. Ensuite l'extrémité est une pyramide à base carrée (modèle a) et un cône (modèle b).
3. À l'aide de Google Sketchup (fichier fourni), voici ce que l'on peut obtenir (ci-contre).

Activité 2 Section d'une sphère par un plan

Quelque soit la position et le sens de la coupe, la forme définie est toujours la même : c'est un cercle. Par contre, le rayon de ce cercle change en fonction de la position de la coupe dans la sphère.



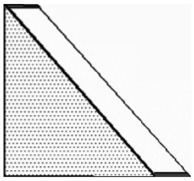




Activité 3 Fraiseuse à commande numérique trois axes

1. Les coordonnées des points, dans le repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, sont : C (5 ; 3 ; 0), F (5 ; 0 ; 1), G (5 ; 3 ; 1), H (0 ; 3 ; 1). En fait, il suffit de rajouter la valeur qui correspond au déplacement suivant l'axe Oz comme troisième coordonnées.
2. Le déplacement s'effectue entre les points E (0 ; 0 ; 1) et F (5 ; 0 ; 1). Ce qui constitue une longueur de fraisage de 5.

3. Le déplacement s'effectuant seulement suivant l'axe O*y*, la seule valeur de coordonnée qui est modifiée et celle correspondant à cet axe. La largeur de la pièce étant de 3. Les coordonnées du point J sont J (2 ; 3 ; 1).



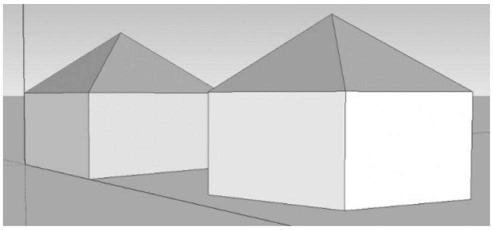
4. Lorsque l'on regarde la pièce usinée avec une vue de dessous, on remarque que l'on peut travailler dans un triangle rectangle qui nous permet de déterminer la longueur de fraisage oblique.
En utilisant les coordonnées des points, les cotés adjacents à l'angle droit mesurent respectivement 1,5 et 3. L'application du théorème de Pythagore nous donne la longueur de l'hypoténuse : $\sqrt[11]{5^2+3^2} = \sqrt[11]{25} \approx 3,35$.

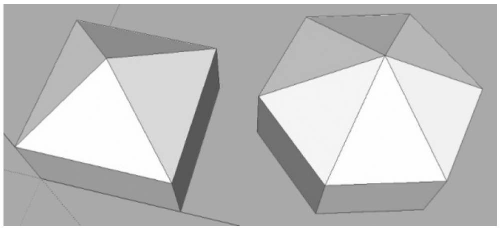
Je m'entraîne

pp. 114–115

55 Le stylo-bille est constitué des solides usuels suivants : cylindres et cône (ou tronc de cône suivant que l'on considère la pointe ou le corps du stylo).

56 **1.** Non, car il faut des dimensions ou d'autres vues (comme celles ci-dessous par exemple) pour être plus précis sur les formes, on ne peut donc pas conclure définitivement.





2. On conjecture la forme de la structure du modèle 1 : un cube ou un pavé.
3. On conjecture la forme de la structure du modèle 2 : un prisme à base hexagonale.
4. Les deux toitures ont des formes de pyramide, seule la forme de la base change.
Un carré (ou un rectangle) dans le cas du modèle et un hexagone dans le cas du modèle 2.

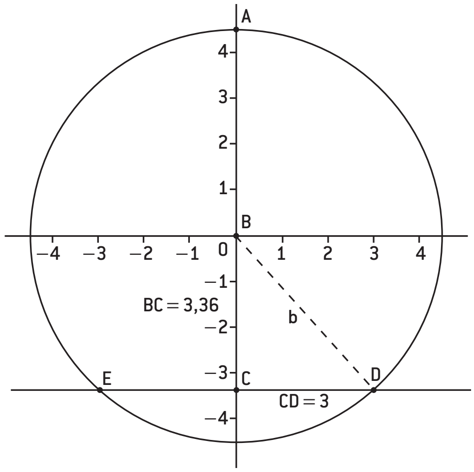
57 **1.** Une coupe de la Terre suivant une longitude est un disque.
2. En considérant que la Terre est ronde, on peut dire les coupes seront les mêmes indépendamment des latitudes.
3. Comme ces deux coupes sont faites sur une sphère, alors le rayon des disques ainsi obtenues ont la même valeur. On considère que le rayon terrestre est de 6 380 km.

58 **1.** Le solide usuel le plus représentatif est la sphère.
2. Une sphère aurait tendance à rouler sur un plan, on doit donc faire une coupe dans la sphère de manière à obtenir une surface plane (un disque qui sera en contact avec le support).

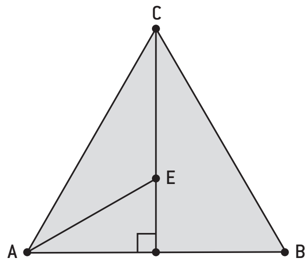
3. On peut créer une figure de la situation sur papier ou à l'aide d'un logiciel de géométrie.
Pour déterminer par le calcul la hauteur à enlever, on travaille dans le triangle BCD rectangle en C, on détermine ainsi la longueur BC et on soustrait cette distance à la valeur du rayon du sulfure :
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = BD^2 - CD^2 = 4{,}5^2 - 3^2 = 11{,}25$$

soit BC = 3,35.
Donc la hauteur de la partie à éliminer mesure en son centre : 5 – 3,35 = 1,65 cm.



59 **1.** Si la base de l'édifice est constituée d'un triangle alors la forme de l'empilement est un tétraèdre.
2. Une face est constituée sur chaque arête de 6 oranges, donc la longueur d'une arête est de 60 cm. La hauteur d'une face triangulaire est donné par le théorème de Pythagore, tel que : $h^2 = 60^2 - 30^2 = 2\,700$, soit $h = 52$ cm environ.
3. Pour déterminer la hauteur H de la pyramide, on doit tout d'abord trouver le centre de la base triangulaire de manière à donner la distance entre un sommet et le centre de cette base.

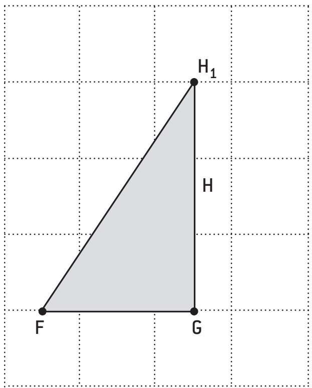


On travaille dans le triangle rectangle ci-contre (qui est une partie de la base).
En utilisant le théorème de Pythagore, on peut écrire :

$$f = \sqrt{60^2 - 30^2} = \sqrt{2\,700} \approx 51{,}96$$

Le centre de la base est situé à $\frac{1}{3}$ de cette longueur f, soit 17,32.
On utilise à nouveau Pythagore dans le petit triangle, on obtient :

$$e = \sqrt{30^2 - 17{,}32^2} = \sqrt{1\,199{,}98} \approx 34{,}64$$



Puis on détermine la hauteur H, dans un triangle qui comprend le sommet et l'extrémité d'une arête, d'où le calcul (toujours avec Pythagore) :

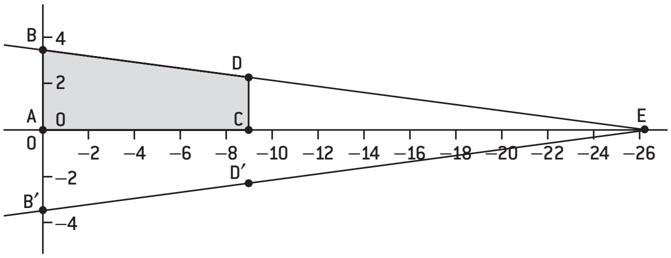
$$H = \sqrt{60^2 - 34{,}64^2} = \sqrt{2\,400{,}07} \approx 48{,}99, \text{ soit } 49 \text{ cm.}$$

La hauteur de cet empilement d'orange est de 49 cm.

60 **1.** Le solide usuel qui pourrait recouvrir ce mug est un tronc de cône.

2. L'autre forme simple que pourrait avoir ce mug est un cylindre.

3. Voici une représentation horizontale du triangle qui contient le mug :

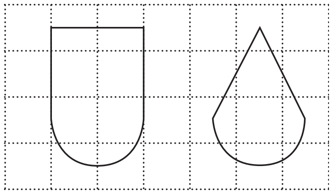


Remarque : le calcul à partir du théorème de Thalès donne 26,25 cm comme hauteur du triangle.

61 **1.** Pour pouvoir basculer, la forme de la base doit être celle d'une demi-sphère.

2. La coupe de la demi-sphère donne un disque, donc il faut utiliser des solides dont la base est un disque. Il en existe deux parmi les solides usuels : le cylindre et le cône.

3. Voici une coupe verticale des deux modèles retenus (ci-contre).



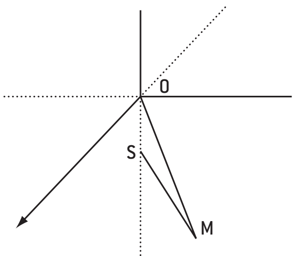
62 **1.** Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OM}$ sont les mêmes que celle du point M, d'où $\overrightarrow{OM}\,(50\,;200\,;-650)$.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MS}$ sont données par la formule suivante :

$$\overrightarrow{MS}\ (x_S - x_M\,; y_S - y_M\,; z_S - z_M)$$

On a donc $\overrightarrow{MS}\ (200-50\,;100-200\,;0-(-650))$, d'où $\overrightarrow{MS}\ (150\,;-100\,;650)$.

2. Voici une représentation obtenue à l'aide du logiciel Geospace.



3. Le déplacement effectué représente la somme de la norme des vecteurs $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{MS}$, c'est-à-dire :

$$OM = \sqrt{(50)^2+(200)^2+(-650)^2} = \sqrt{465\,000} \approx 682$$

$$MS = \sqrt{(150)^2+(-100)^2+(650)^2} = \sqrt{455\,000} \approx 675$$

La longueur totale du déplacement est environ : $682 + 675 = 1\,357$ m.

63 **1.** Si l'on note le point A pour l'aiguille du midi et M pour le Mont Blanc, on peut calculer la norme AM du vecteur $\overrightarrow{AM}$.

On peut calculer directement la norme du vecteur $\overrightarrow{AM}$:

$$AM = \sqrt{((12{,}29 - 14{,}34)^2 + (4{,}94 - 10{,}18)^2 + (4{,}81 - 3{,}78)^2)} = 5{,}72, \text{ soit } 5{,}72 \text{ km.}$$

2. De la même manière, on calcule la norme du vecteur $\overrightarrow{HM}$:

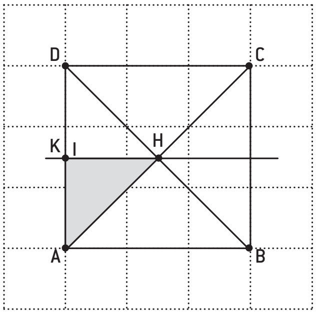
$$HM = \sqrt{((12{,}29 - 7{,}32)^2 + (4{,}94 - 11{,}12)^2 + (4{,}81 - 1{,}01)^2)} = 8{,}79, \text{ soit } 8{,}79 \text{ km.}$$

3. Les distances à vol d'oiseau et calculée entre l'aiguille du midi et le Mont Blanc ne sont pas très éloignées. Par contre, celles entre les Houches et le Mont Blanc montrent un écart plus important. En effet, cet écart est dû à la différence d'altitude entre les points qui n'avait pas été prise en compte dans la première estimation sur la carte !

64 **1.** Non, car on ne peut donner facilement que les deux premières coordonnées x et y. On ne peut pas donner la cote z car on ne connait pas la hauteur de la Tour.

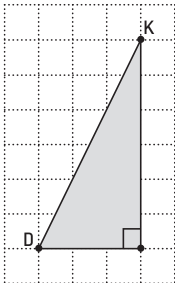
2. On choisit de travailler dans un triangle rectangle pour utiliser le théorème de Pythagore le plus simple possible (figure ci-contre).

La longueur cherchée est une demi-diagonale, qui correspond à l'hypoténuse du triangle choisi :



$$d = \sqrt{((60)^2 + (60)^2} = \sqrt{7\,200} \approx 84{,}85$$

3. On fait un schéma pour pouvoir utiliser à nouveau le théorème de Pythagore :



$$H = \sqrt{((335)^2 - (\sqrt{7\,200})^2} = \sqrt{119\,425} \approx 345{,}58$$

Soit une hauteur d'environ 346 m.

65 **1.** Les coordonnées GPS ne permettent pas de donner directement les coordonnées du plan car elles ne correspondent pas au même repère. Les coordonnées GPS sont basées sur un repère sphérique, et de plus on ne dispose pas de l'altitude des points ciblés.

2. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{DA}$ sont : $\overrightarrow{DA}$ (0 – 11 ; 112 – 0 ; 118,4 – 81),

soit $\overrightarrow{DA}$ (– 11 ; 112 ; 37,4).

3. La distance parcourue correspond à la norme du vecteur $\overrightarrow{DA}$, soit :

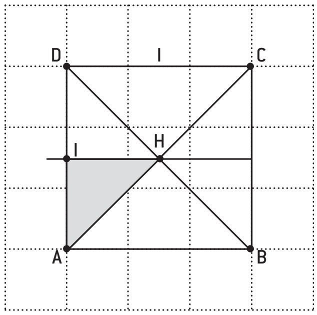
$$DA = \sqrt{(-11)^2 + (112)^2 + (37{,}4)^2} = \sqrt{14\,063{,}76} \approx 118{,}6$$

La distance est en réalité proche de 119 m.

66 **1.** Un pied de table à la forme d'une pyramide de base carrée.

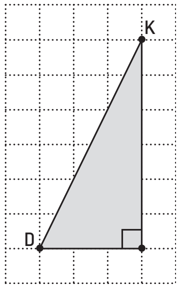
2. D'après l'énoncé, on peut travailler dans un triangle rectangle, ou l'on retrouve la hauteur de la table, soit 45 cm, une demi-diagonale de la pyramide formée par un pied de table et la longueur d'une tige. On détermine donc en premier la longueur de la demi-diagonale.

La longueur cherchée est une demi-diagonale, qui correspond à l'hypoténuse du triangle choisi :



$$d = \sqrt{((20)^2 + (20)^2} = \sqrt{800} \approx 28,28$$

Puis on utilise à nouveau le théorème de Pythagore pour déterminer la longueur d'une tige :



$$\mathrm{L} = \sqrt{(45)^2 - (\sqrt{800})^2} = \sqrt{1\,225} = 35$$

Soit une longueur de 35 cm.

67 **1.** Un exemple de parcours est le parcours passant par les points suivants : ADCFE.

Ce qui donne AD sans extrusion entre les points A(0 ; 0 ; 0) et D(0,8 ; 0 ; 0).

Puis trois déplacements avec extrusion DC, CF et FE, entre les points D(0,8; 0; 0), C(0,8 ; 0,8 ; 0), F(0 ; 0,8 ; 0,8) et E(0 ; 0 ; 0,8).

2. 1^er^ déplacement sans extrusion : vecteur $\overrightarrow{AD}$ de coordonnées $\overrightarrow{AD}$ (0,8 ; 0 ; 0).

2^e^ déplacement avec extrusion : vecteur $\overrightarrow{DC}$ de coordonnées $\overrightarrow{DC}$ (0 ; 0,8 ; 0).

3^e^ déplacement avec extrusion : vecteur $\overrightarrow{CF}$ de coordonnées $\overrightarrow{CF}$ (– 0,8 ; 0 ; 0,8).

4^e^ déplacement avec extrusion : vecteur $\overrightarrow{FE}$ de coordonnées $\overrightarrow{FE}$ (0 ; – 0,8 ; 0).

3. La distance totale extrudée correspond à la somme des trois longueurs (ou normes) des vecteurs $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{CF}$ et $\overrightarrow{FE}$:

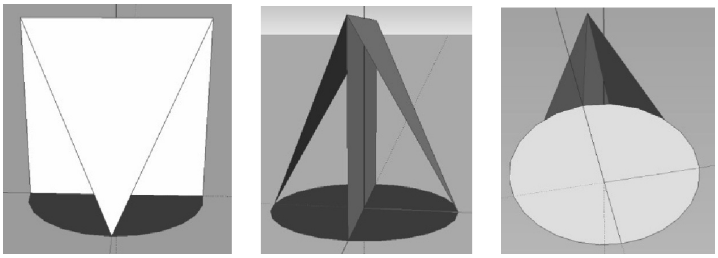
$$\mathrm{DC} = \sqrt{0^2 + 0,8^2 + 0^2} = \sqrt{0,8^2} = 0,8$$

$$\mathrm{CF} = \sqrt{(-0,8)^2 + 0^2 + 0,8^2)} = \sqrt{1,28} \approx 1,13$$

$$\mathrm{FE} = \sqrt{0^2 + (-0,8)^2 + 0^2} = \sqrt{(-0,8)^2} = 0,8$$

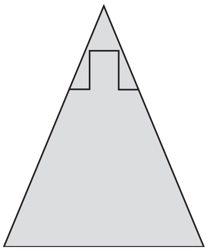
La distance totale est donc 0,8 + 1,13 + 0,8 = 2,73 cm.

68 Voici plusieurs vues d'un exemple de pièce qui peut passer par les trois trous :



Je résous

p. 117

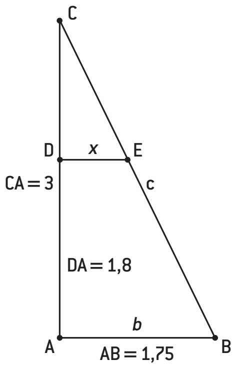


70 **1.** Le bouchon a une forme pyramidale à base carrée.

2. Voici une représentation de la coupe du flacon.

Cette représentation peut être réalisé à la main (c'est-à-dire avec papier crayon) ou à l'aide d'un logiciel de géométrie.

3. On travaille dans un triangle qui représente la moitié du bouchon du flacon, avec les dimensions données sur la figure ci-contre.



On a besoin de la distance entre le haut du bouchon et le haut du vaporisateur :

$$3 - 1,8 = 1,2$$

D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{1,2}{3} = \dfrac{x}{1,75}$.

Soit $x = \dfrac{1,75 \times 1,2}{3} = 0,7$.

Le rayon du vaporisateur est au maximum de 0,7 cm.

71 **1.** Le gain d'altitude correspond à la différence de hauteur entre le point D et le point S.

Ici il suffit de faire la différence entre les cotes de ces deux points, soit 5 200 – 1 450 = 3 750 m.

2. Non, il n'a pas battu le record car 3 750 < 4 526.

3. Si l'on considère qu'il s'est déplacé en ligne droite, la distance parcourue lors de sa montée correspond à la norme (ou distance) DS du vecteur $\overrightarrow{DS}$:

$DS = \sqrt{(500 - 0)^2 + (375 - 0)^2 + (5\,200 - 1\,450)^2} = \sqrt{14\,453\,125} \approx 3\,801,7$ soit 3 802 m.

4. On doit calculer la distance parcourue lors de la descente, puis l'additionner à la distance lors de la montée.

La distance lors de la descente représente la norme du vecteur $\overrightarrow{SC}$, soit :

$SC = \sqrt{(2\,000 - 500)^2 + (-1\,300 - 375)^2 + (1\,078 - 5\,200)^2} = \sqrt{22\,046\,509} \approx 4\,695,4$

soit 4 695 m.

La distance totale parcourue est : 3 802 + 4 695 = 8 497 m.

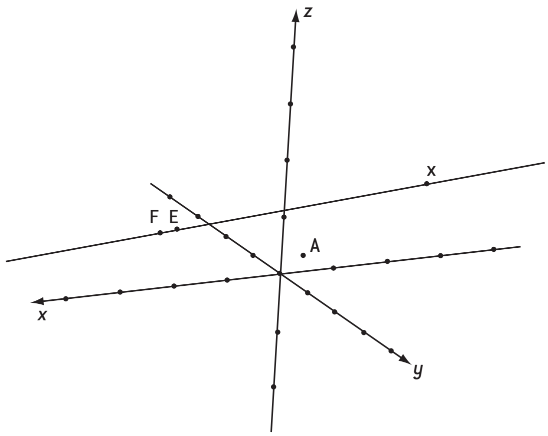
J'apprends avec les TIC

p. 118

72 **1.** Voir le fichier Geospace fourni.

2. La distance parcourue par la balle correspond à la longueur EF, qui peut être calculé comme étant la norme du vecteur $\overrightarrow{EF}$, ou bien directement donné par les fonctionnalités du logiciel.

3. Voir le fichier Geospace fourni.



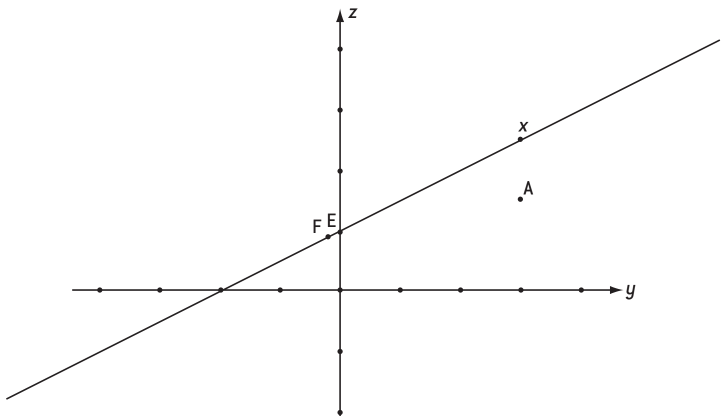
4. On crée un point ayant les coordonnées du point A (1,2 ; 3 ; 1,5) et en faisant tourner la figure on regarde si ce point est sur la droite (EF) qui représente la trajectoire de la balle.

En réalité, il n'est pas sur la droite, donc on peut dire que l'on a à faire à une fausse déclaration.

5. À partir de la construction, on joue sur les vues dans différents plans pour obtenir les coordonnées du point représentant un agresseur à 3 m.

Par exemple dans le plan yOz, on détermine l'ordonnée $y = 3$ et la cote $z = 2{,}5$.

Pour la valeur de x, il faut choisir le plan xOy par exemple, soit $x = -1$.

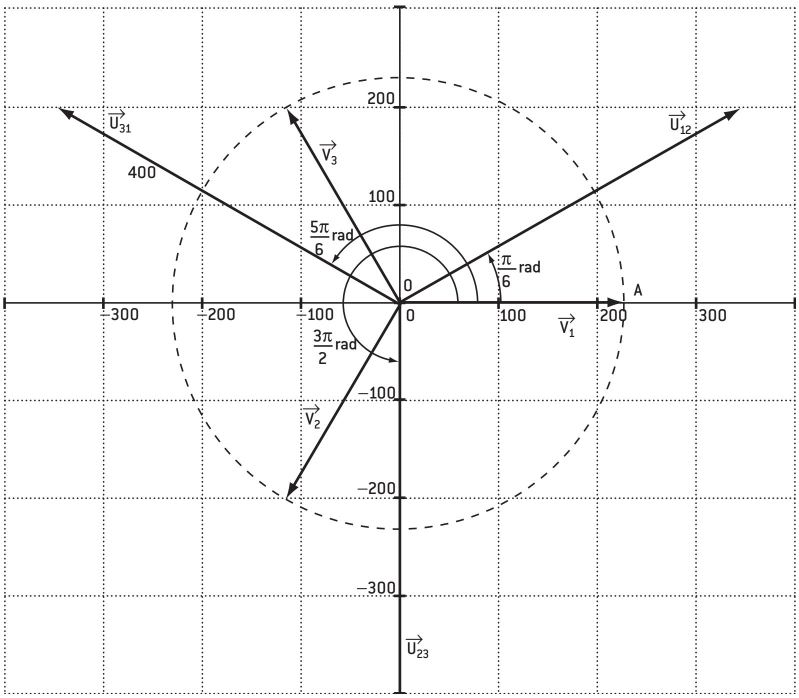


TRIGONOMÉTRIE

Je découvre pp. 120–121

Activité 1 Sous tension !

1.



2. a. $\overrightarrow{U_{23}} = \overrightarrow{V_2} - \overrightarrow{V_3}$; $\overrightarrow{U_{31}} = \overrightarrow{V_3} - \overrightarrow{V_1}$

b. Voir figure.

c. $U_{12} = U_{23} = U_{31} \approx 400$ V ;

$\varphi_{12} = \dfrac{\pi}{6}$ rad ; $\varphi_{23} = \dfrac{3\pi}{2} = -\dfrac{\pi}{2}$ rad et $\varphi_{31} = \dfrac{5\pi}{6}$ rad.

d. $u_{12}(t) = 400\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{6}\right)$

$u_{23}(t) = 400\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \dfrac{3\pi}{2}\right)$ ou $u_{23}(t) = 400\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right)$ $u_{31}(t) = 400\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \dfrac{5\pi}{6}\right)$

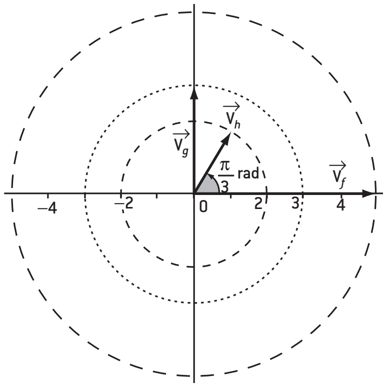
Activité 2 Pendule

1. et **2.** Sur l'axe des abscisses on mesure le temps en seconde.
Sur l'axe des ordonnées on mesure l'élongation angulaire en radian.
3. À $t = 0$, le pendule est à la verticale, l'élongation angulaire est nulle.
Les coordonnées du point M sont (0 ; 0).
4. Lorsqu'on déplace le curseur jusqu'à $t = 0{,}2$ s ou 0,3 s, le pendule s'écarte de sa position verticale initiale. Le point M se déplace dans le repère.
5. L'élongation maximale est obtenue pour la première fois à l'instant $t \approx 0{,}4$ s.
6. Le point M décrit l'allure d'une sinusoïde.
7. $T \approx 1{,}8$ s ; $\omega = \dfrac{2\pi}{T} \approx 3{,}5$ rad/s.
8. $\alpha(t) = 0{,}21\sin(3{,}5t)$

Je m'entraîne

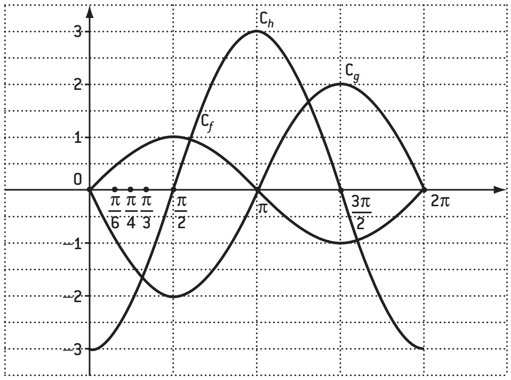
pp. 132–133

38

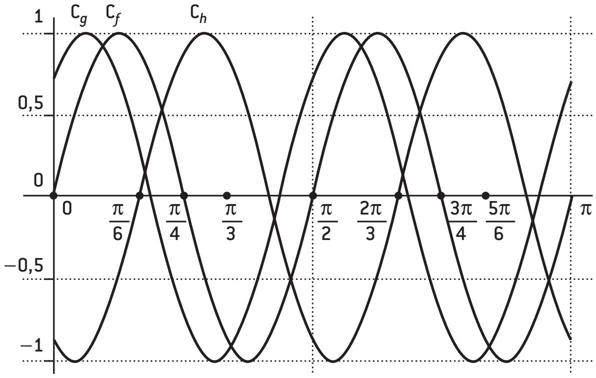


39 $f(t) = \sin\left(20t + \dfrac{\pi}{6}\right)$; $g(t) = 3\sin\left(20t - \dfrac{\pi}{3}\right)$; $h(t) = 2\sin\left(20t + \dfrac{5\pi}{6}\right)$

40



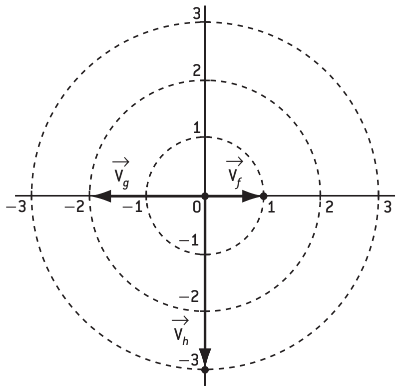
41 **1.** et **2.**



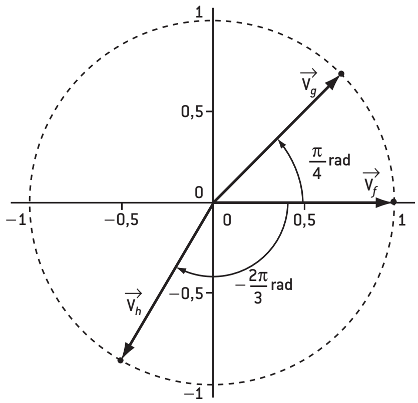
3. Les courbes C_g et C_h présentent un décalage par rapport à C_f.
Le décalage des courbes provient de la valeur du déphasage φ.
C_g est « en avance » sur C_f et sur C_h.
C_h est « en retard » sur C_f et sur C_g.

42 $f_1(t) = \sin(2t)\,; f_2(t) = \sin\left(2t + \dfrac{\pi}{3}\right); f_3(t) = \sin\left(2t - \dfrac{\pi}{6}\right)$

43



44



45 **1.** $T = 4 \times 10 = 40$ ms $= 0{,}04$ s

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}04} = 25\,\text{Hz}$$

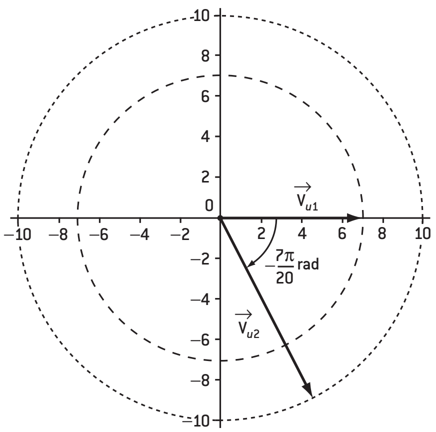
$u_{1max} = 3{,}5 \times 2 = 7$ V ; $u_{2max} = 2 \times 5 = 10$ V

2. La tension u_2 est en retard par rapport à la tension u_1 (elle atteint par exemple son maximum après celui de la tension u_1).

3. Sur l'oscillogramme, le décalage est environ de 0,7 division, soit $0{,}7 \times 10$ c'est-à-dire 7 ms ou encore 0,007 s.

Sachant qu'une période (égale à 0,04 s) équivaut à 2π rad, la différence de phase est d'environ $0{,}35\pi$ rad ou $\frac{7\pi}{20}$ rad.

4. $u_1(t) = 7\sin(50\pi)$; $u_2(t) = 10\sin\left(50\pi - \frac{7\pi}{20}\right)$



46

1. $\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$

2. 1re méthode

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 1 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 0 = -\frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$= 0 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

2^e^ méthode

$$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\sin(\pi)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos(\pi)=0\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times(-1)=-\frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)=\cos\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\cos(\pi)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)-\sin(\pi)\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)=(-1)\times\frac{\sqrt{3}}{2}-0\times\frac{1}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

47 On a : $\frac{3\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=\pi-\frac{\pi}{4}$.

1^re^ méthode

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)=1\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times 0=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=0\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

2^e^ méthode

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\sin(\pi)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos(\pi)=0\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times(-1)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=\cos(\pi)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+\sin(\pi)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=(-1)\times\frac{\sqrt{2}}{2}-0\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

48 **1.** $\cos(a-b)=\cos(a)\cos(b)+\sin(a)\sin(b)$

2. $\sin(a-b)=\sin(a)\cos(b)-\sin(b)\cos(a)$

3. $\cos(2a)=\cos(a+a)=\cos^2(a)-\sin^2(a)=2\cos^2(a)-1=1-2\sin^2(a)$

4. $\sin(2a)=\sin(a+a)=2\sin(a)\cos(a)$

5. $\cos(3a)=\cos(2a+a)=\cos(2a)\cos(a)-\sin(2a)\sin(a)$

$=(2\cos^2(a)-1)\cos(a)-2\sin(a)\cos(a)\sin(a)=2\cos^3(a)-\cos(a)-2\sin^2(a)$ $\cos(a)$

6. $\sin(3a)=\sin(2a+a)=\sin(2a)\cos(a)+\sin(a)\cos(2a)$

$=2\sin(a)\cos(a)\cos(a)+\sin(a)(\cos^2(a)-\sin^2(a))$

$=2\sin(a)\cos^2(a)+\sin(a)\cos^2(a)-\sin^3(a)$

$=3\sin(a)\cos^2(a)-\sin^3(a)$

49 **1.** $x_1 = \frac{\pi}{6}$ et $x_2 = -\frac{\pi}{6}$.

2. $x_1 = \frac{2\pi}{3}$ et $x_2 = -\frac{2\pi}{3}$.

3. $x_1 = -\frac{\pi}{4}$ et $x_2 = -\frac{3\pi}{4}$.

4. $x_1 = \frac{\pi}{6}$ et $x_2 = \frac{5\pi}{6}$.

5. $t_1 = \frac{\pi}{4}$ et $t_2 = \frac{7\pi}{12}$.

6. $t_1 = -\frac{7\pi}{18}$ et $t_2 = \frac{7\pi}{18}$.

7. $t_1 = -\frac{7\pi}{24}$ et $t_2 = \frac{\pi}{24}$.

50 **1.** $x_1 = \frac{\pi}{3} + k \times 2\pi, k \in \mathbb{Z}$ et $x_2 = -\frac{\pi}{3} + k \times 2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

2. $x_1 = \frac{\pi}{4} + k \times 2\pi, k \in \mathbb{Z}$ et $x_2 = -\frac{\pi}{4} + k \times 2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

3. $x_1 = -\frac{\pi}{6} + k \times 2\pi, k \in \mathbb{Z}$ et $x_2 = -\frac{5\pi}{6} + k \times 2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

4. $x_1 = \frac{\pi}{3} + k \times 2\pi, k \in \mathbb{Z}$ et $x_2 = \frac{2\pi}{3} + k \times 2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

5. $t_1 = \frac{7\pi}{24} + k \times \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ et $t_2 = \frac{13\pi}{24} + k \times \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

6. $t_1 = -\frac{\pi}{18} + k \times \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ et $t_2 = \frac{\pi}{18} + k \times \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

7. $t_1 = -\frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ et $t_2 = \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

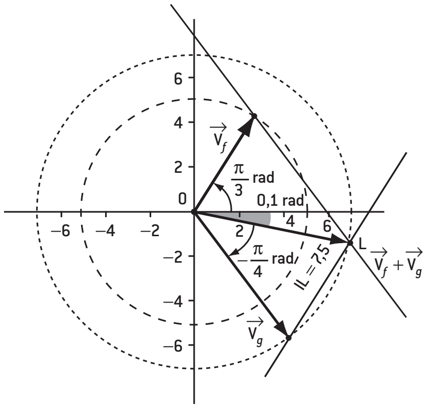
51 **1.** $x_1 \approx 2{,}47$ rad et $x_2 \approx -2{,}47$ rad.
2. $x_1 \approx 0{,}44$ rad et $x_2 \approx 2{,}70$ rad.
3. $x_1 \approx 0{,}86$ rad et $x_2 \approx -0{,}86$ rad.
4. $x_1 \approx -0{,}79$ rad et $x_2 \approx -2{,}35$ rad.

52 **1.** Figure ci-contre.

2. $\omega_h = \omega_f = \omega_g = 1\,000$ rad/s

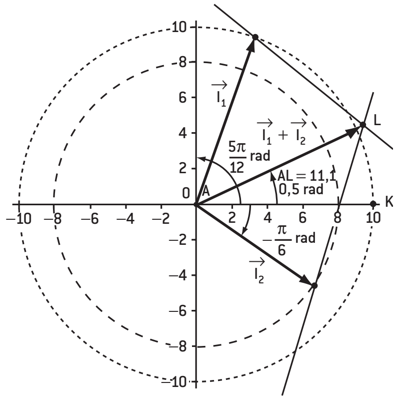
3. L'amplitude de la function h est d'environ 7,5 et sa phase à l'origine mesure environ – 0,1 rad.

4. $h(t) = 7{,}5\sin(1\,000t - 0{,}1)$



53 **1.** Figure ci-contre.

2. $i(t) = 11{,}1\sin(100\pi t + 0{,}5)$



54 **1.** En utilisant les symétries de la figure, on trouve :

$$\cos\frac{2\pi}{5} = \cos\frac{8\pi}{5} \quad \text{et} \quad \cos\frac{4\pi}{5} = \cos\frac{6\pi}{5}$$

Donc : $\mathrm{A} = 1 + 2\cos\frac{2\pi}{5} + 2\cos\frac{4\pi}{5}$.

Or : $\cos\frac{4\pi}{5} = \cos\left(\frac{2\pi}{5} + \frac{2\pi}{5}\right) = \cos^2\frac{2\pi}{5} - \sin^2\frac{2\pi}{5} = 2\cos^2\frac{2\pi}{5} - 1$ (car $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$).

Donc : $\mathrm{A} = 4\cos^2\frac{2\pi}{5} + 2\cos^2\frac{2\pi}{5} - 1$.

2. En appliquant les symétries, on trouve A = 0.

3. $\cos\frac{2\pi}{5}$ est donc la solution de l'équation du 2nd degré : $4x^2 + 2x - 1 = 0$.

$\Delta = 4 + 16 = 20$, donc les solutions sont :

$$x_1 = \frac{-2+\sqrt{20}}{8} = \frac{-2+2\sqrt{5}}{8} = \frac{-1+\sqrt{5}}{4} > 0 \quad \text{et} \quad x_1 = \frac{-2-\sqrt{20}}{8} = \frac{-2-2\sqrt{5}}{8} = \frac{-1-\sqrt{5}}{4} < 0$$

Or $\cos\frac{2\pi}{5} > 0$, donc $\cos\frac{2\pi}{5} = x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{4}$.

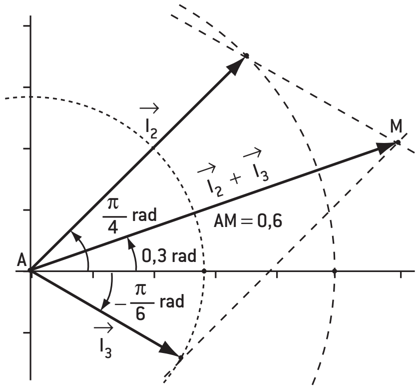
On peut vérifier ce résultat à la calculatrice.

Je résous

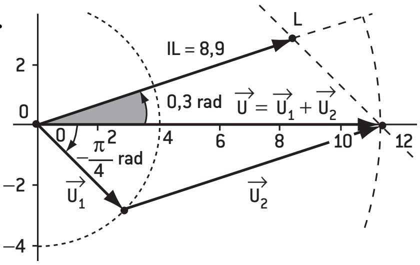
p. 135

56 **1.** En s'aidant de la figure ci-contre, on trouve :

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) = 0{,}6\sin(100\pi t + 0{,}3)$$



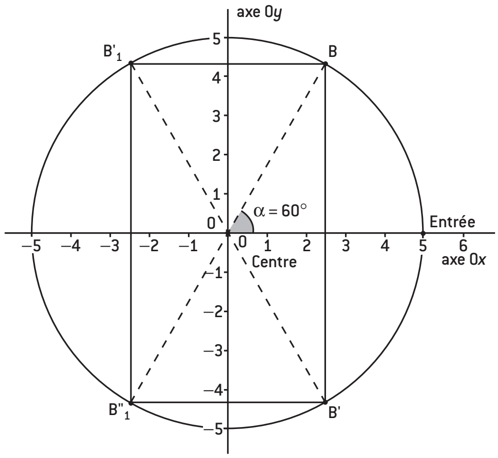
2.



$$u_2(t) = u_3(t) = 8{,}9\sin(100\pi t + 0{,}3)$$

57 **1.** Une fois le premier point placé, on utilise les différentes symétries énoncées.

2. Le premier angle mesure $\frac{\pi}{3}$ rad, le deuxième mesure $\pi + \frac{\pi}{3}$, c'est-à-dire $\frac{4\pi}{3}$ rad, le troisième mesure $\pi - \frac{\pi}{3}$, soit $\frac{2\pi}{3}$ et le quatrième mesure $-\frac{\pi}{3}$ rad.



3. On multiplie les valeurs de $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ par la mesure du rayon qui est égale à 5.

Les autres valeurs se retrouvent par symétrie.

$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, d'où : $5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $5 \times \frac{1}{2}$.

$\sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et de $\cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$, d'où : $-5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $-5 \times \frac{1}{2}$.

$\sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et de $\cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$, d'où : $5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $-5 \times \frac{1}{2}$.

$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et de $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, d'où : $-5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $5 \times \frac{1}{2}$.

4. L'angle que fait la première personne du second groupe par rapport à l'axe Ox mesure $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$, soit $\frac{7\pi}{12}$ rad.

Sachant que $\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a)$, il vient :

$$\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

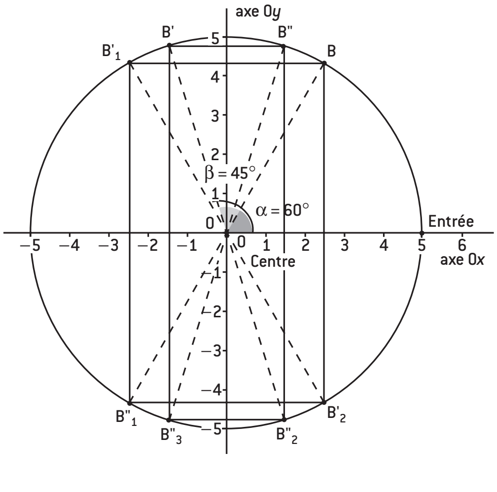
Sachant que $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$, il vient :

$$\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{1}{3}\right)\cos\left(\frac{1}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$$

La position est donc donnée par : $5 \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $5 \times \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$.

Le positionnement final des deux groupes de personnes est dessiné ci-dessous.

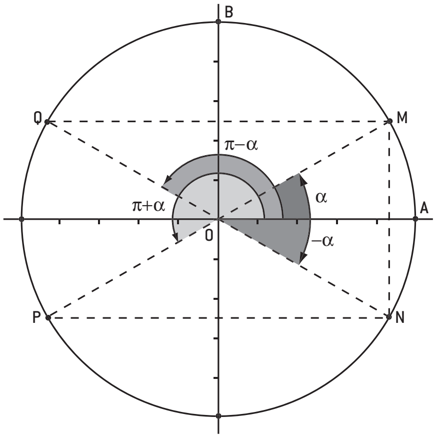


J'apprends avec les TIC

p. 136

58 **Étude 1**

1. Figure ci-contre.



2. Le quadrilatère est un rectangle car les points M et P d'une part et N et Q d'autre part sont symétriques par rapport au point O et les diagonales (PM) et (NQ) se coupent en un même milieu.

3. $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$

$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$

$\sin(\pi + \alpha) = -\sin(\alpha)$

$\cos(\pi - \alpha) = -\cos(\alpha)$

$\sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha)$

4. a. et **b.** L'action « symétrie » permet de vérifier que les points M et N d'une part puis Q et P d'autre part sont symétriques par rapport à la droite (OA). Par ailleurs, les points M et Q d'une part, puis N et P d'autre part, sont symétriques par rapport à la droite (OB).

c. Les coordonnées de M sont $(\cos(\alpha)\,;\sin(\alpha))$.

Les coordonnées de N sont $(\cos(-\alpha)\,;\sin(-\alpha))$.

Les points M et N sont symétriques par rapport à la droite (OA). Ils ont donc la même abscisse $(\cos(\alpha))$ mais une ordonnée opposée $(-\sin(\alpha))$.

On en déduit que $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ et $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$.

– Les coordonnées de Q sont $(\cos(\pi - \alpha); \sin(\pi - \alpha))$.

Les points M et Q sont symétriques par rapport à la droite (OB). Ils ont donc même ordonnée $(\sin(\alpha))$ mais une abscisse opposée $(-\cos(\alpha))$.

On en déduit que $\cos(\pi - \alpha) = -\cos(\alpha)$ et $\sin(\pi - \alpha) = \sin(\alpha)$.

Étude 2

1. On remarque que $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos(\alpha)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin(\alpha)$.

2. $\cos\left(\dfrac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin(\alpha)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos(\alpha)$.

PRÉPARATION AUX STS

En classe de terminale, la préparation à la poursuite d'étude en Section de Technicien Supérieur se compose de :

– trois modules pour les groupements A et B, *Produit scalaire*, *Nombres complexes et Calcul intégral* ;

– deux modules pour le groupement C, *Primitives* et *Fonctions logarithme népérien et exponentielles de base e* .

Ces modules, qui dépendent des besoins des disciplines d'enseignement professionnel et du projet personnel de poursuite d'études des élèves en Section de Technicien Supérieur, ont pour objectif principal d'apporter à l'élève des notions de bases, en excluant toute virtuosité.

Groupements A et B — CHAPITRE 8 — PRODUIT SCALAIRE p. 137

• Priorités pour les élèves

– Savoir additionner des vecteurs.
– Calculer les coordonnées d'un vecteur et savoir les utiliser.
– Calculer la norme d'un vecteur.
– Savoir utiliser les expressions du produit scalaire afin de déterminer longueurs et angles.
– Savoir résoudre des équations du type $ax = b$.
– Savoir déterminer la mesure d'un angle connaissant son cosinus.

• Points délicats

Le produit scalaire est un chapitre qui nécessite d'utiliser les propriétés de calculs vectoriels et de savoir résoudre des équations trigonométriques.

Le produit scalaire se définit à l'aide de 3 expressions, la variété des exercices proposés doit permettre de préciser l'utilisation de ces différentes expressions.

• Stratégie adoptée dans le manuel

Pour introduire la notion de produit scalaire une activité mettant en œuvre le déplacement d'un objet est proposée.

Cette activité introductive permet de définir l'efficacité de la force nécessaire au déplacement de l'objet. On montre que, pour des angles aigus (inférieur à $\frac{\pi}{2}$ rad), la force est « efficace » et que, pour des angles obtus, la force est « inefficace » (résistante).

Cette activité permet d'associer efficacité d'une force (le travail) et angle.

Des exemples variés, pris à la vie quotidienne et au monde du travail, montrent la nécessité du produit scalaire dans des situations qui demandent de calculer longueurs, angles et travail d'une force.

Groupements A et B — CHAPITRE 9 — NOMBRES COMPLEXES p. 143

• Priorités pour les élèves

– Savoir représenter un nombre complexe dans le plan complexe.
– Savoir représenter la somme de deux nombres complexes ; le produit d'un nombre complexe par un réel.

– Savoir effectuer les calculs dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes.
– Savoir déterminer le module et l'argument d'un nombre complexe.
– Savoir écrire un nombre complexe sous forme trigonométrique.

- **Points délicats**

– À un nombre complexe $z = a + jb$, associer un point M de coordonnées $(a\,;b)$.
– Associer l'axe des abscisses à l'axe des réels et l'axe des ordonnées à l'axe des imaginaires.
– Savoir distinguer un nombre complexe z, des nombres complexes conjugué et opposé.
– Calculer le module du vecteur $\overrightarrow{OM}$ (on peut se ramener au théorème de Pythagore).
– Résoudre des équations trigonométriques du type $\cos\theta = c$ et $\sin\theta = d$.
– Déterminer l'angle θ (angle entre le vecteur unitaire i et le vecteur OM) argument du nombre complexe z.
– La résolution des équations trigonométriques $\cos\theta = c$ et $\sin\theta = d$ peut conduire à deux solutions (l'utilisation du cercle trigonométrique lève l'ambiguïté).
– Savoir passer de la forme algébrique à la forme trigonométrique d'un nombre complexe.

- **Stratégie adoptée dans le manuel**

Le domaine professionnel où l'on rencontre les nombres complexes est celui de l'électricité.
C'est pourquoi, pour introduire les nombres complexes, une activité consistant à déterminer l'expression d'un courant résultant de la somme de deux courants sinusoïdaux de même fréquence mais de déphasage différent, est proposée.
Pour cela, on se propose d'associer à l' intensité i définie par $i(t) = a\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$ un vecteur de Fresnel.
Ainsi additionner deux fonctions sinusoïdales reviendra à additionner deux vecteurs.
L'étape suivante consiste à associer à chacun de ces vecteurs un nombre complexe z défini par $z = a + jb$, avec $\rho = \sqrt{(a^2 + b^2)}$ le module de z et φ son argument.
On s'intéresse ensuite aux règles de calculs dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes.
Des exercices visant l'évaluation des connaissances et des capacités sont proposés : expression algébrique d'un nombre complexe, règles de calculs appliquées aux nombres complexes (somme, produit, quotient) et représentation graphique de nombres complexes (conjugué, opposé, somme). Des exercices en lien avec l'électricité sont aussi proposés.

Groupements A et B CHAPITRE 10 CALCUL INTÉGRAL p. 149

- **Priorités pour les élèves**

Concernant les primitives
– Savoir dériver les fonctions usuelles sur un intervalle.
– Connaissant une fonction f définie sur un intervalle I, déterminer une fonction F définie sur I telle que $F'(x) = f(x)$.
– Savoir qu'une primitive est définie à une constante près.
– Savoir déterminer les primitives d'une fonction par lecture inverse du tableau de dérivation.
Concernant l'intégrale
– Maîtriser la recherche d'une primitive F d'une fonction f définie sur un intervalle I.

– Savoir qu'il est possible, dans le cas d'une fonction f définie sur l'intervalle $[a\,;b]$, de calculer l'aire de la surface S délimitée par la courbe, les droites d'équations $x=a$ et $x=b$ et l'axe des abscisses à partir de la notion de primitives.
– Savoir calculer la valeur moyenne d'une fonction et sa valeur efficace.

- **Points délicats**

Concernant les primitives
– Déterminer une primitive F d'une fonction f définie sur un intervalle I.
– Déterminer la primitive de la fonction qui satisfait à la condition donnée.
Concernant l'intégrale
À titre de vérification, toujours dériver la primitive que l'on a trouvé : on doit avoir $F'(x)=f(x)$.
Dans le cas de fonction positive, savoir utiliser le calcul intégral pour calculer des aires de surfaces planes.
Dans le cas du calcul de la valeur moyenne, vérifier la valeur de la période T d'un phénomène périodique.

- **Stratégie adoptée dans le manuel**

La notion de primitive est abordée à partir d'une activité en lien avec la vitesse.
On se propose de déterminer la distance parcourue par une voiture durant une phase d'accélération.
Pour résoudre cette problématique, il faut rechercher des expressions de fonctions dont les dérivées sont connues telles que $a=v'$ et $v=x'$, ce qui nous amène à la notion de primitive.
Des exercices utilisant l'outil « dérivé » sont proposés afin d'identifier parmi les fonctions F proposées celles qui sont primitives de la fonction f.
La lecture inverse des tableaux de dérivation est favorisée.
Des exercices sur la notion de vitesse sont proposés.
Le calcul intégral est très utilisé dans le secteur industriel : calcul de valeur moyenne, d'aire, de volume (cônes, tronc de cône), de moment d'inertie…

Groupement C

CHAPITRE 6 FONCTIONS LOGARITHME NÉPÉRIEN ET EXPONENTIELLES DE BASE *e* P. 101

Les fonctions logarithmes et exponentielles s'inscrivent dans la continuité du programme de première sur les fonctions de référence, mais leur étude se fait par l'intermédiaire des fonctions dérivées. Dans le cadre d'une progression spiralaire, les propriétés sur les variations des fonctions du type « kf » et « $f+g$ » sont très largement utilisées. Le chapitre sur la dérivation et l'étude de fonction est un prérequis nécessaire, ainsi que l'utilisation graphique de la calculatrice (représenter une courbe, choisir un point particulier sur la courbe et obtenir le tableau de valeur de la fonction).

Le second volet de ce chapitre concerne la résolution par le calcul d'équations et d'inéquations associées à ses fonctions.

• **Priorités pour les élèves**

L'enjeu réside dans le fait que l'élève puisse prévoir les variations de ces nouvelles fonctions à la fois pour procéder à une résolution graphique et valider ainsi une solution calculée, et pour anticiper l'évolution d'un phénomène. Il devra :

– reconnaître la courbe représentative des fonctions logarithme et exponentielles ;

– utiliser les propriétés de ses fonctions pour résoudre des équations et inéquations ;

– mettre en œuvre des processus de résolution en appliquant à chaque membre de l'équation la fonction adaptée ;

– utiliser sa calculatrice graphique, un tableur grapheur et un logiciel dynamique (GeoGebra).

• **Points délicats**

Ce chapitre est dense aussi bien au niveau des connaissances que des capacités.

– L'élève devra s'approprier quatre nouvelles fonctions (ln(x) ; log(x) ; exp(x) ; exp(ax)), ce qui représente une grande quantité de nouveautés.

– L'élève devra être capable d'appliquer deux nouveaux processus de résolution d'équations et d'inéquations qui consistent à composer par une fonction adéquate (le terme « fonction composée » n'est pas employé).

– Souvent, l'élève sait déjà utiliser le papier semi-logarithmique horizontal grâce à son enseignement professionnel et le passage au papier semi-logarithmique vertical ne devrait pas poser de problème majeur. En revanche, le lien entre une droite sur ce type de papier et une fonction, logarithmique ou exponentielle, risque de présenter des difficultés.

• **Stratégie adoptée dans le manuel**

– Il s'agit de montrer qu'il existe un large panel de situations que l'on peut modéliser par de telles fonctions. Une attention particulière a été portée au domaine de l'électricité et de l'acoustique, en complément du cours de sciences physiques.

– L'outil informatique est au cœur de ce chapitre : l'utilisation des TICE de manière variée, pour tracer, résoudre graphiquement, conjecturer la nature d'une fonction, trouver une valeur particulière grâce à un tableur. Cela permet aux élèves de confirmer leur aisance avec cet outil.

– Le CD-Rom contient davantage de problèmes contextualisés et des exercices un peu plus difficiles destinés à des élèves projetant une poursuite d'études en STS.

Groupement C | CHAPITRE 7 **PRIMITIVES** p. 109

• **Priorités pour les élèves**

– Savoir dériver les fonctions usuelles sur un intervalle.

– Connaissant une fonction f définie sur un intervalle I, déterminer une fonction F définie sur I telle que $F'(x) = f(x)$.

– Savoir qu'une primitive est définie à une constante près.

– Savoir déterminer les primitives d'une fonction par lecture inverse du tableau de dérivation.

• **Points délicats**

– Déterminer une primitive F d'une fonction *f* définie sur un intervalle I.
– Déterminer la primitive de la fonction qui satisfait à la condition donnée.

- **Stratégie adoptée dans le manuel**

La notion de primitive est abordée à partir d'une activité en lien avec la vitesse.
On se propose de déterminer la distance parcourue par une voiture durant une phase d'accélération.
Pour résoudre cette problématique, il faut rechercher des expressions de fonctions dont les dérivées sont connues telles que $a = v'$ et $v = x'$, ce qui nous amène à la notion de primitive.
Des exercices utilisant l'outil « dérivé » sont proposés afin d'identifier parmi les fonctions F proposées celles qui sont primitives de la fonction *f*.
La lecture inverse des tableaux de dérivation est favorisée.
Des exercices sur la notion de vitesse sont proposés.

PRODUIT SCALAIRE

Activité 1 Déplacer un chariot p. 137

1. En projetant $\overrightarrow{F_1}$ sur l'axe horizontal, et compte tenu du fait que $\left\|\overrightarrow{F_1}\right\| = \left\|\overrightarrow{F}\right\|$, on obtient :

$$\left\|\overrightarrow{F_1}\right\| = \left\|\overrightarrow{F_1}\right\| \times \cos\alpha = \left\|\overrightarrow{F}\right\| \times \cos\alpha$$

On en déduit l'expression du travail W dans le second cas :

$$W = \left\|\overrightarrow{F_1}\right\| \times \left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \left\|\overrightarrow{F}\right\| \times \cos\alpha \times \left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \left\|\overrightarrow{F}\right\| \times \left\|\overrightarrow{AB}\right\| \times \cos\alpha$$

2. Si $\alpha = 90°$, $W = 0$;
Si $\alpha > 90°$, $W > 0$;
Si $\alpha < 90°$, $W < 0$.

3. $W = \left\|\overrightarrow{F}\right\| \times \left\|\overrightarrow{AB}\right\| \times \cos\alpha = \left\|\overrightarrow{F}\right\| \times 10 \times \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5\sqrt{2}\left\|\overrightarrow{F}\right\|$

Donc $W < 2\,500$ J équivaut à $5\sqrt{2}\left\|\overrightarrow{F}\right\| < 2\,500$, soit $\left\|\overrightarrow{F}\right\| < \frac{2\,500}{5\sqrt{2}} = \frac{500}{\sqrt{2}} \approx 353{,}6$ N arrondi au dixième.

Je m'entraîne pp. 141–142

12 **1.** Par construction les droites (HM) et (AB) sont perpendiculaires, donc les vecteurs $\overrightarrow{HM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux. On a donc :

$$\overrightarrow{HM}.\overrightarrow{AB} = 0$$

2. Soit N $(x\,;y)$, un point de D_2. Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux, donc : $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{AB} = 0$.
Or $\overrightarrow{MN}$ $(x-4\,;y+5)$, donc :

$$\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{AB} = (x-4)+(y+5) = x+y+1 = 0$$

L'équation de D_2 est donc : $x + y + 1 = 0$.
3. En résolvant le système on trouve : H $(2\,;-3)$.
4. $\overrightarrow{HM}$ $(2\,;2)$, donc $\left\|\overrightarrow{HM}\right\| = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

13 $W = \vec{F}.\vec{AB} = \|\vec{F}\|.\|\vec{AB}\|.\cos\alpha = 850 \times 4 \times \cos 25 = 3\,081\,J$

14 **1.** On utilise la formule donnant la norme d'un vecteur, on trouve : $\|\vec{AB}\| = \sqrt{10}$ et $\|\vec{BC}\| = 5$.
Pour calculer le produit scalaire, on utilise la 3e expression :

$$\vec{BA}.\vec{BC} = (-2-1)\times(5-1)+(2-3)\times(0-3) = -12+3 = -9$$

2. La 2e expression du produit scalaire s'écrit :

$$\vec{BA}.\vec{BC} = \|\vec{AB}\| \times \|\vec{BC}\| \times \cos\widehat{ABC}$$

Soit : $-9 = \sqrt{10} \times 5 \times \cos\widehat{ABC}$, donc : $\cos\widehat{ABC} = \frac{-9}{5\sqrt{10}} = -0{,}569$.

La calculatrice donne alors : $\widehat{ABC} = 124{,}681°$.

15 **1.a.** $AC^2 = (\vec{AD} + \vec{DC})^2$ d'où $\|\vec{AC}\|^2 = \|\vec{AD}\|^2 + \|\vec{DC}\|^2 + 2\vec{AD}.\vec{DC}$

b. $\|\vec{AC}\|^2 = \|\vec{AD}\|^2 + \|\vec{DC}\|^2 + 2\|\vec{AD}\|.\|\vec{DC}\|\cos(\widehat{\vec{AD},\vec{DC}})$

En remplaçant par les valeurs numériques, on trouve : $AC = 94$ m.

2. a. $\vec{BC}.\vec{BA} = 1\,834{,}5$.

b. De $\vec{BC}.\vec{BA} = \|\vec{BC}\| \times \|\vec{BA}\| \times \cos(\widehat{BAC})$ on obtient :

$$1\,834{,}5 = 101 \times 48 \times \cos(\widehat{BAC})$$

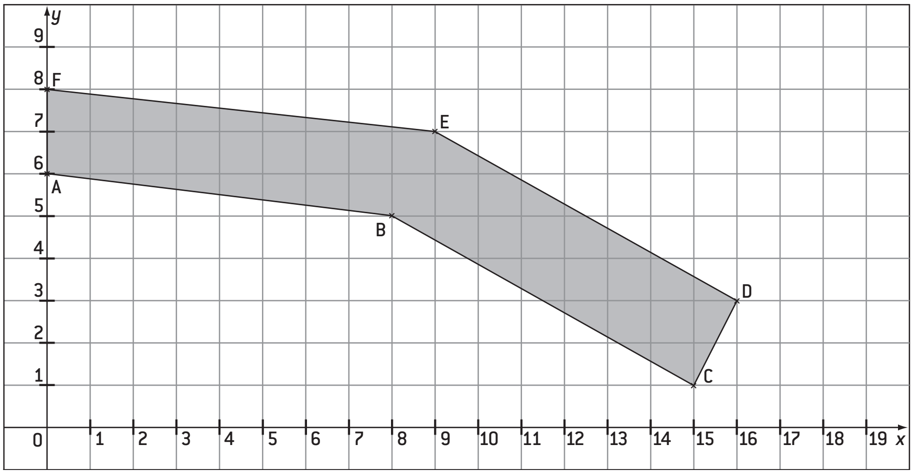
soit $\widehat{BAC} = 68°$.

3. $A_1 = \frac{1}{2} BA \times BC \times \sin(\widehat{ABC}) = 2\,247{,}5\ m^2$

$A_2 = \frac{1}{2} DA \times DC \times \sin(\widehat{ADC}) = 2\,098{,}7\ m^2$

L'aire totale est : $A_T = A_1 + A_2 = 2\,247{,}5 + 2\,098{,}7 = 4\,346{,}2\ m^2$.

16 **1. a.** et **b.**



2. a. $\overrightarrow{BA}\,(-8\,;1)\,;\overrightarrow{BC}\,(7\,;-4)$

b. $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=-60$

3. $\left\|\overrightarrow{BA}\right\|=\sqrt{65}$ et $\left\|\overrightarrow{BC}\right\|=\sqrt{65}$, soit 8,06 arrondi au centième.

4. $\widehat{ABC}=157°$

17 Soit $\vec{F}$ la force que devra exercer le chien seul. On a : $\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2$.

On calcule le carré scalaire $(\vec{F}_1+\vec{F}_2)^2$:

$$\left\|\vec{F}\right\|^2=\left\|\vec{F}_1+\vec{F}_2\right\|^2=\left\|\vec{F}_1\right\|^2+\left\|\vec{F}_2\right\|^2+2\vec{F}_1.\vec{F}_2=\left\|\vec{F}_1\right\|^2+\left\|\vec{F}_2\right\|^2+2\left\|\vec{F}_1\right\|.\left\|\vec{F}_2\right\|\cos\left(\widehat{\vec{F}_1,\vec{F}_2}\right)$$

L'application numérique, avec $F_1=F_2=250$ N et $(\widehat{\vec{F}_1,\vec{F}_2})=30°$, donne : $F=483$ N.

18 $W=\vec{P}.\overrightarrow{AB}$

• Projection selon l'axe $x'Gx$: $W=-P\sin\alpha AB$.

• Projection selon l'axe $y'Gy$: $W=0$, car $\vec{P}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{AB}$.
Ainsi le travail du poids se résume à $W=-P\sin\alpha AB$.

$W=\vec{N}.\overrightarrow{AB}=0$ les vecteurs $\vec{N}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont perpendiculaires.

$W=\vec{T}.\overrightarrow{AB}=T.AB$ car $\vec{T}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.

Pour que l'objet à vitesse constante soit en équilibre il faut que $T=mg\sin\alpha$.

19 **1.** $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = 3 \times \dfrac{1852}{60} \times 20 = 1852$ m

2. Calcul du travail en joules transféré par la force du vent au voilier lors d'un déplacement d'une durée de 3 minutes :

$$W = \overrightarrow{F} \,.\, \overrightarrow{AB} = \left\|\overrightarrow{F}\right\| \times \left\|\overrightarrow{AB}\right\| \times \cos\alpha$$

$$W = 2\,000 \times 1\,852 \times \cos 60 = 1\,852\,000 \text{ Joules}$$

20 **1.** $W = \overrightarrow{F} \,.\, \overrightarrow{AB} = \left\|\overrightarrow{F}\right\| . \left\|\overrightarrow{AB}\right\| \cos\alpha$

$W = \overrightarrow{T} \,.\, \overrightarrow{AB} = \left\|\overrightarrow{T}\right\| . \left\|\overrightarrow{AB}\right\|$

2. Le poisson est immobilisé : $\left\|\overrightarrow{F}\right\| . \left\|\overrightarrow{AB}\right\| \cos\alpha = \left\|\overrightarrow{T}\right\| . \left\|\overrightarrow{AB}\right\|$.

ainsi : $\left\|\overrightarrow{F}\right\| = \dfrac{\left\|\overrightarrow{T}\right\|}{\cos\alpha}$.

On trouve : $\left\|\overrightarrow{F}\right\| = 7{,}8$ N.

21 ***Erratum*** *: Une erreur s'est glissée dans la 1ère édition du manuel. Le point B a pour coordonnées B (3 ; 1) et non (3 ; – 1).*

1. $\overrightarrow{BA} = -5\,\vec{i} - 2\,\vec{j}$

$\overrightarrow{BC} = -2\,\vec{i} + 5\,\vec{j}$

2. et **3.** $\overrightarrow{BA} \,.\, \overrightarrow{BC} = 0$, donc les vecteurs sont orthogonaux et le triangle ABC est rectangle en B.

22 $\vec{u} \,.\, \vec{v} = 0$ (vecteurs orthogonaux).

D'où $3x - 8 = 0$. On trouve : $x = \dfrac{8}{3}$.

23 **1.** D'après l'équation de la droite D_2, un vecteur directeur de cette droite est : $\vec{v}\,(2\,;-3)$.

2. $\vec{u} \,.\, \vec{v}\ -3 \times 2 + 2 \times (-3) = 0$

Les vecteurs directeurs des droites sont orthogonaux, donc les droites aussi.

NOMBRES COMPLEXES

Activité 1 Intensité d'une somme de courants alternatifs p. 143

1. Voir le fichier Geogebra fourni. Construction du vecteur $\vec{w}$ tel que $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.

2. Les coordonnées du vecteur $\vec{w}$ sont : $\vec{w}$ (3 ; 5).

3. D'après la question précédente, la norme du vecteur $\vec{w}$ est : $\rho=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$.

4. a. $\cos\theta=\dfrac{3}{\sqrt{34}}$; $\sin\theta=\dfrac{5}{\sqrt{34}}$

b. On en déduit, à l'aide de la calculatrice : $\theta = 1{,}03$ radians (valeur arrondie au centième).

5. On vérifie que :

$$\rho\cos\theta=3 \quad \text{et} \quad \rho\sin\theta=5.$$

On retrouve les coordonnées du point D extremité du vecteur $\vec{w}$.

Le vecteur $\vec{w}$ est le vecteur de Fresnel associé au courant i, on en déduit l'expression de i :

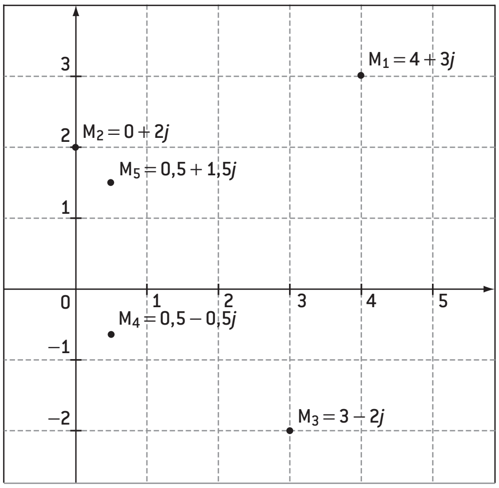
$$i=\sqrt{34}\,\sin(t+1{,}03)$$

Je m'entraîne pp. 148

20 Pour représenter les points M_4 et M_5, on multiplie par la quantité conjuguée :

$$z_4=\frac{1-j}{(1+j)(1-j)}=\frac{1-j}{2}$$

$$=\frac{(2+j)(1+j)}{(1-j)(1+j)}=\frac{1+3j}{2}$$



21 **1.** Voir figure ci-contre.

2. $z_3 = -z_1 = -3 - 5j$

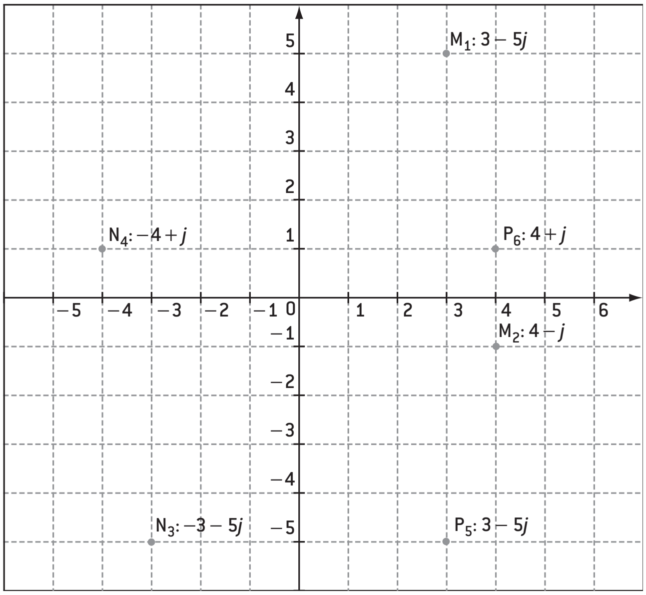
$z_4 = -z_2 = -4 + j$

3. Voir figure ci-contre.

4. $z_5 = \overline{z}_1 = 3 - 5j$

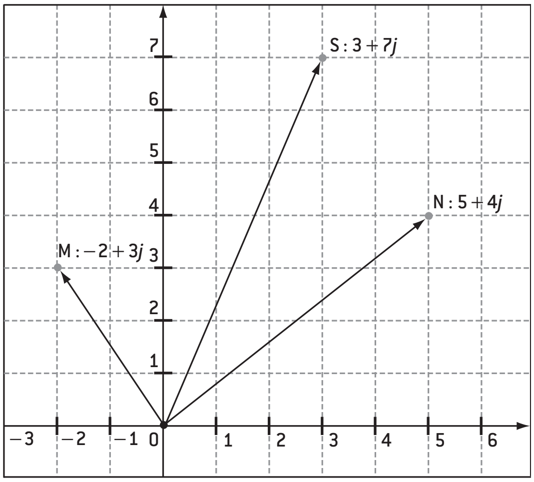
$z_6 = \overline{z}_2 = 4 + j$

5. Voir figure ci-contre.



22 **1.** et **2.** Figure ci-contre.

3. $z_S = z_1 + z_2 = 3 + 7j$



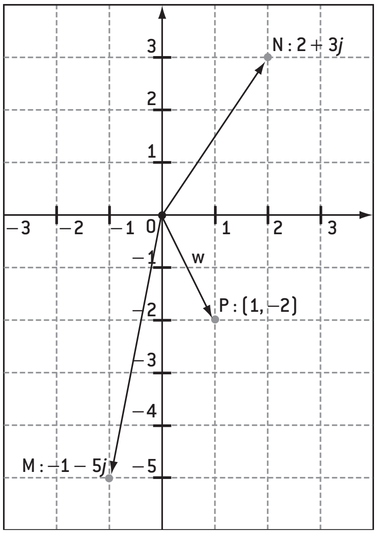
23 **1.** et **2.** Voir figure ci-contre.

$z_2 = -2z_1 = -1 - 5j$

3. a. Voir figure ci-contre.

b. $z_P = z_2 + z_3 = 1 - 2j$

c. Par définition, on a : $z_4 = z_2 + z_3 = z_P = 1 - 2j$.



24 **1.** $\rho_1 = \sqrt{(3)^2 + (3)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$$\rho_2 = \sqrt{(2)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{4+12} = 4$$

2. $\cos\theta_1 = \dfrac{3}{\rho_1} = \dfrac{3}{3\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$;

$$\sin\theta_1 = \frac{3}{\rho_1} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Donc $\theta_1 = \dfrac{\pi}{4}$.

De même : $\cos\theta_2 = \dfrac{2}{\rho_2} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$; $\sin\theta_2 = \dfrac{3}{\rho_2} = \dfrac{2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Donc $\theta_2 = \dfrac{\pi}{3}$.

3. Donc : $Z_1 = 3\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + j\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$

$$Z_2 = 4\left(\cos\frac{\pi}{3} + j\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

25 **1.** $Z = 1000 + \dfrac{1000}{1+j}$, soit : $Z = \dfrac{1000(1+j)+1000}{1+j} = \dfrac{10^2(2+j)}{(1+j)}$

2. En multipliant par la quantité conjuguée, on trouve :

$$Z = \frac{10^3(2+j)}{(1+j)} \times \frac{(1-j)}{(1-j)} = 1500 - 500j$$

3. $\rho = \sqrt{1500^2 + 500^2} = 1581{,}14$; $\theta = -0{,}32$ rd

$\cos\theta = \dfrac{1500}{\rho} = \dfrac{1500}{1581{,}14} = 0{,}95$ et $\sin\theta = \dfrac{-500}{\rho} = \dfrac{-500}{1581{,}14} = -0{,}32$ à 10^{-2} près.

La calculatrice donne $\theta = -0{,}32$ radian, à 10^{-2} près.
L'expression trigonométrique du nombre complexe Z est donc :

$$Z = 1581{,}14(\cos(-0{,}32) + j\sin(-0{,}32))$$

26 **1.** $RCw = 100 \times 63 \times 10^{-6} \times 100\pi$, d'où : $RCw = 1{,}98$.

2. $\dfrac{1}{1+1{,}98j} = \dfrac{1-1{,}98j}{(1+1{,}98j)(1-1{,}98j)}$

C'est-à-dire : $\dfrac{1-1{,}98j}{4{,}92} = 0{,}2 - 0{,}4j$

3. $T = \sqrt{0{,}2^2 + 0{,}4^2} = 0{,}447$

4. $G = 20\log 0{,}45 = -7\,\text{dB}$

Corrigés chapitre 10 Groupements A et B

CALCUL INTÉGRAL

Activité 1 Dépassement p. 149

1. a. $v_1 = 30{,}6$ m/s et $v_2 = 36{,}1$ m/s à 10^{-1} près.

b. $a = \dfrac{v_2 - v_1}{4} = \dfrac{36{,}1 - 30{,}6}{4} = 1{,}4$ m/s² à 10^{-1} près.

2. a. On a : $v_2 = at + v_1$.

b. Les expressions précédentes ne permettent pas de déterminer la distance parcourue au cours du déplacement.

3. La durée du déplacement est de 4 s, donc :

$d = x(4) = 0{,}5 \times 1{,}4 \times 4^2 + 30{,}6 \times 4 = 133{,}6$ m à 10^{-1} près.

4. a. $g(t) = x'(t) = 2at + v_1$

b. $g'(t) = 2a$.

Je m'entraîne pp. 153–154

13 Les expressions possibles de F sont :

1. $F(x) = x^2 + 3x$ **3.** $F(x) = x^2 + 3x - \dfrac{7}{2}$

14 Les expressions possibles de F sont :

2. $F(x) = \dfrac{1}{2}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + 5x + 2$

3. $F(x) = \dfrac{1}{2}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + 5x$

15 Les expressions possibles de F sont :

1. $F(x) = \ln x - x^2 + 7$ **3.** $F(x) = \ln x - x^2$

16 Les expressions possibles de F sont :

1. $F(x) = 3x^2 - 5\sin x$ **2.** $F(x) = 3x^2 - 5\sin x - \dfrac{13}{4}$

17 **1.** $F(x)=x^3+7x+k \quad (k\in\mathbb{R})$

2. $F(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+k \quad (k\in\mathbb{R})$

3. $F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x+k \quad (k\in\mathbb{R})$

18 **1.** $F(x)=x^4+\frac{1}{x}+k \quad (k\in\mathbb{R})$

2. $F(x)=x^2+x+k \quad (k\in\mathbb{R})$

19 **1.** La lecture du tableau des primitives donne :

- $\frac{1}{x}$ a pour primitive $\ln x$ donc $\frac{4}{x}$ a pour primitive $4\ln x$;
- x^3 a pour primitive $\frac{x^4}{4}$ donc $\frac{2}{3}x^3$ a pour primitive $\frac{2}{3}\times\frac{x^4}{4}$.

2. Ainsi une primitive de la fonction f pour $x>0$ est F définie par :

$$F(x)=4\ln x+\frac{2}{12}x^4+k,\ \text{avec } k \text{ une constante.}$$

3. On recherche maintenant la valeur de la constante k telle que $F(1)=\frac{1}{3}$.

Si $F(1)=\frac{1}{3}$ alors : $4\ln 1+\frac{2}{12}+k=1$,
c'est-à-dire $k=\frac{5}{6}$.

Ainsi $F(x)=4\ln x+\frac{2}{12}x^4+\frac{5}{6}$ pour $x>0$ est la primitive de la fonction f telle que $F(1)=\frac{1}{3}$.

20 $F(x)=\frac{3}{2}x^2+e^x+k$

$F(0)=1+k=1$ d'où : $k=0$.

Finalement $F(x)=\frac{3}{2}x^2+e^x$.

21 **1.** $F(x)=x^2+3x+k$

$F(0)=4-6+k=1$, d'où $k=3$.

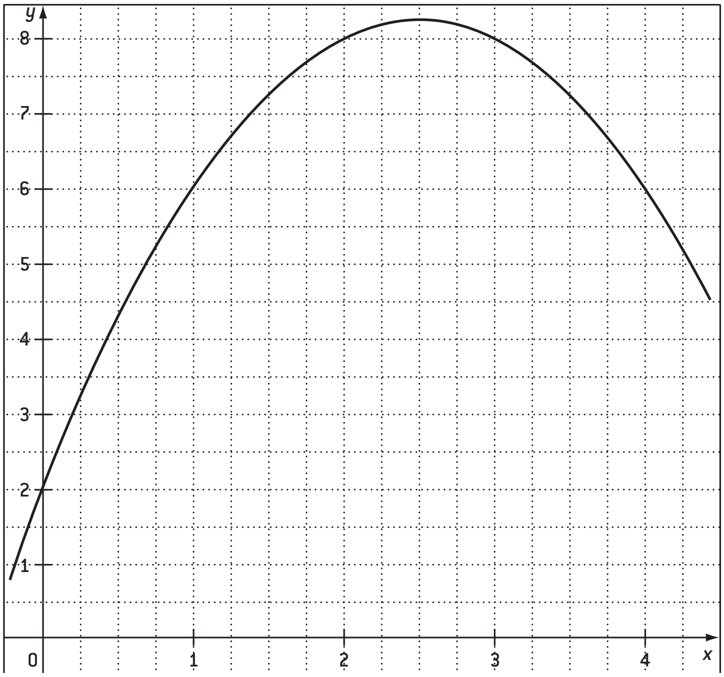
2. $F(x)=2\ln x+\frac{3}{2}x^2+5x+k$

$F(1)=\frac{13}{2}+k=\frac{9}{2}$, donc $k=-2$.

D'où $F(x)=x^2+3x-2$.

22 ***Erratum** : Une erreur s'est glissée dans la première édition du manuel : on étudie la fonction f sur l'intervalle [0 ; 4], et non sur [0 ; 2].*

1. Voir graphique ci-dessous, obtenu avec SineQuaNon.
D'après ce graphique on peut conjecturer que F est croissante sur [0 ; 2,5] puis décroissante sur [2,5 ; 4].



2. a. Par définition, on a : $F'(x) = -2x + 5$.
Donc $F'(x) > 0$ équivaut à $-2x + 5 > 0$, soit :

$$x < \frac{5}{2}$$

b. On en déduit que F est décroissante sur [0 ; 2,5] puis décroissante sur [2,5 ; 4], ce qui confirme la conjecture faite au 1.

3. À l'aide du tableau des primitives des fonctions de référence, on trouve que F est de la forme :

$$F(x) = -x^2 + 5x + k, \text{ avec } k \text{ une constante.}$$

Comme A (0 ; 2) appartient à la courbe représentative de F, on a :

$$F(0) = k = 2$$

Donc : $F(x) = -x^2 + 5x + 2$.

23 **1.** $v(t) = 2t$, donc $v(6) = 2 \times 6 = 12$ m/s.
2. a. Une primitive de v est la fonction : $h(t) = t^2 + k$, avec k une constante.
b. À l'instant initial $h(0) = 0^2 + k = 0$, donc $k = 0$.
Finalement : $h(6) = 36$ m.

24 **1.** V = 100 m/s

2. a. Une primitive de *a* est donnée par :

$v(t) = \dfrac{-1}{4}\, t^2 + v_0$, où v_0 est la vitesse à l'instant initial.

b. D'après la question **1**, $v_0 = 100$ m/s, donc : $v(t) = \dfrac{-1}{4}\, t^2 + 100$.

3. a. *d* est de la forme : $d(t) = \dfrac{-1}{12}\, t^3 + 100t + d_0 + d_0$.

b. Comme $d(0) = d_0 = 0$, on a : $d(t) = \dfrac{-1}{12} t^3 + 100t$.

4. $d(6{,}3) = \dfrac{-1}{12} 6{,}3^3 + 100 \times 6{,}3 = 609{,}2$ m

25 Une primitive de $f(x) = -x + 6$ est : $F(x) = -\dfrac{1}{2} x^2 + 6x$. Donc :

$$\int_0^6 (-x + 6)\, dx = F(6) - F(0) = \left(-\frac{1}{2}\, 6^2 + 6 \times 6\right) - \left(-\frac{1}{2}\, 0^2 + 6 \times 0\right) = 18$$

26 $I = \int_1^4 2x\, dx = 15$

27 **1.** correspond à l'intégrale b. ; **2.** à l'intégrale a. ; **3.** à l'intégrale d. ; **4.** à l'intégrale c.

28 $\int_1^3 (3x - 2) dx = 8$

$\int_1^3 \left(\dfrac{1}{x} + x\right) dx = \ln 3 + 4$

$\int_{-1{,}5}^{1{,}5} (3 - x^2) dx = 6{,}75$

$\int_{0{,}25}^{3} \left(\dfrac{1}{x} + x\right) dx \approx 6{,}95$

29 **1.** On obtient $U_m = \dfrac{1}{6} \int_0^6 \dfrac{U_M}{6} t dt$, ce qui s'écrit $U_m = \dfrac{U_M}{36} \int_0^6 t dt$.

Une primitive de la fonction *f* définie par $f(t) = t$ est la fonction $F(t) = \dfrac{t^2}{2}$.

Ainsi : $\dfrac{U_M}{36} \int_0^6 t\, dt = \dfrac{U_M}{36} \times \left(\dfrac{6^2}{2} - \dfrac{0^2}{2}\right) = \dfrac{U_M}{2}$.

La valeur moyenne de la tension U est $\dfrac{U_M}{2}$.

2. Une primitive de la fonction f définie par $f(t) = t^2$ est la fonction $F(t) = \dfrac{t^3}{3}$.

Ainsi : $\dfrac{U_{M^2}}{36 \times 6} \displaystyle\int_0^6 t^2\, dt = \dfrac{U_{M^2}}{36 \times 6} \times \left(\dfrac{6^3}{3} - \dfrac{0^3}{3} \right)$

Ainsi : $U^2_{eff} = \dfrac{U_{M^2}}{3}$, d'où $U_{eff} = \dfrac{U_M}{\sqrt{3}}$.

30 **1.** On appelle T la période : T = 10 ms.

Si $0 < t < \dfrac{T}{2}$, $U(t) = 4$.

Si $\dfrac{T}{2} < t < T$, $U(t) = 0$.

$U_m = \dfrac{1}{T}\left(\displaystyle\int_0^{\frac{T}{2}} 4\,dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} 0\,dt \right)$, soit $U_m = \dfrac{1}{T} \displaystyle\int_0^{\frac{T}{2}} 4\,dt = \dfrac{1}{T}\left(4 \times \dfrac{T}{2} - 4 \times 0 \right) = 2.$

2. $U^2_{eff} = \dfrac{1}{T} \displaystyle\int_0^T U^2(t)\, dt$

$U^2(t) = 16$ si $0 < t < \dfrac{T}{2}$;

$U^2(t) = 0$ sinon.

Donc : $U^2_{eff} = \dfrac{1}{T}\left(\displaystyle\int_0^{\frac{T}{2}} 16\,dt + \int_{\frac{T}{2}}^{T} 0\,dt \right)$

$U^2_{eff} = \dfrac{1}{T} \displaystyle\int_0^{\frac{T}{2}} 16\,dt$, soit $\dfrac{1}{T}\left(16 \times \dfrac{T}{2} - 16 \times 0 \right) = 8$

Donc : $U_{eff} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

31 **1.** On recherche une primitive de la fonction f définie par $f(x) = \sin x$.
D'après le tableau des primitives, $\sin x$ a pour primitive $-\cos x + C$.

2. On en déduit : $\displaystyle\int_0^{\pi} \sin x\, dx = (-\cos(\pi) - (-\cos(0)) = 2.$

3. La valeur moyenne est : $m = \dfrac{2}{\pi}$.

Corrigés chapitre 6 Groupement C

FONCTIONS LOGARITHME NÉPÉRIEN ET EXPONENTIELLES DE BASE e

Activité Bébé mammouth, quand nous as-tu quittés ? p. 101

Partie I

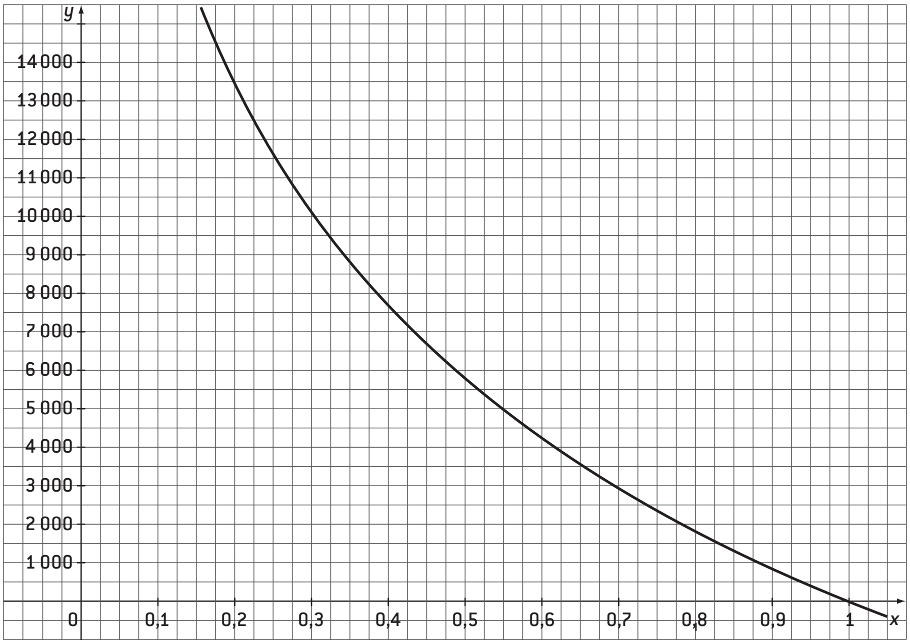
1. Dérivée : $g'(x) = \dfrac{-8\,310}{x}$.

Sur $[0{,}1\ ;\ 1]$, $x > 0$ et comme $-8\,130 < 0$, le produit d'un nombre positif par un nombre négatif est négatif : $g'(x) < 0$.

2. Sur $[0{,}1\ ;\ 1]$, $f\,'(x) = \dfrac{1}{x}$ est strictement positif donc $g'(x) = \dfrac{-8\,310}{x}$ est strictement négatif.

Par conséquent, f est croissante et g est décroissante.

3.



Partie II : Exploitation des résultats

1. Graphiquement, on trouve $x \approx 0{,}74$ pour un fossile de 2 500 ans. (on a tracé $y = 2\,500$).

2. Si $x \approx 0{,}3$ alors l'âge de Lyuba sera d'environ 10 000 ans.

3. Calcul : $-8\,310 \ln 0{,}3 \approx 10\,010$ années.

Je m'entraîne

pp. 107–108

17 $A = e^{\ln(4)} = 4$

$B = e^{2\ln(5)} = 25$

$C = \ln(e^{-3x}) = -3x$

$$D = \ln\left(\frac{1}{e^{4\times 2}}\right) = \ln(1) - \ln(e^8) = 0 - 8 = -8$$

$E = \log(10^{5x}) = 5x$

18 **1.** Le domaine de définition de f est $]0\,;+\infty]$.

2. $f'(x) = 2 - \dfrac{1}{x}$

3. $f'(x) = 0\,;\ 2 = -\dfrac{1}{x}\,;\ 2x = 1\,;\ x = \dfrac{1}{2}$

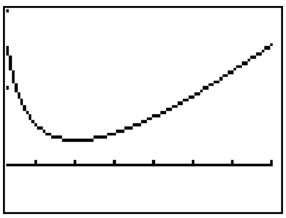
4. $f(0{,}5) = 0{,}307$

5. $f'(x) < 0\,;\ 2x < 1\,;\ x < \dfrac{1}{2}$ car $2 > 0$, donc l'inégalité ne change pas de sens.

6.

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de *f'*		–	0	+	
Sens de *f*		↘	0,30	↗	

19 **1.** Voici l'écran obtenu.



2. Le graphe de f présente un minimum en $x_0 \approx 2$, valeur lue sur l'écran après avoir fixer la bonne fenêtre :
Xmin = 0,125 ; Xmax = 7 ; scale = 0,5 ; Ymin = 0 ; Ymax = 10 ; scale = 1.

3. $g'(x) = 0{,}5 - \dfrac{1}{x}$.

4. Pour trouver x_0, on résous $g'(x) = 0$; $0{,}5 = \dfrac{1}{x}$; $0{,}5x = 1$; $x = \dfrac{1}{0{,}5} = 2$.

$g'(x) < 0$; $0{,}5x < 1$; $x < \dfrac{1}{0{,}5}$; car $0{,}5 > 0$ donc l'inégalité ne change pas de sens.

Donc $g'(x) < 0$ quand $x < 2$. De même, $g'(x) > 0$ quand $x > 2$.

5.

x	0 ,125		2		7
Signe de g'		–	0	+	
Sens de g	2,14	↘	0,31	↗	1,55

Oui, le minimum de g est le point M (2 , 0,3).

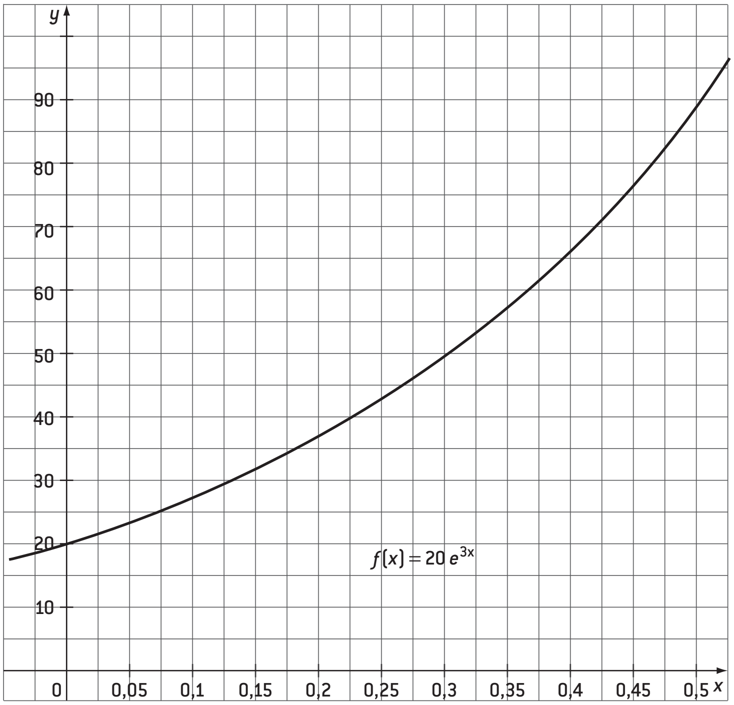
20 **1.** $f(0) = 20e^{3\times 0} = 20$. $f(0{,}5) = 20e^{3\times 0{,}5} = 90$.
2. $f'(x) = 20 \times 3e^{3x} = 60e^{3x}$
3. $f'(0) = 60e^{3\times 0} = 60$; en M la tangente est une droite de coefficient directeur 60.
4. $f'(x) = 60e^{3x}$; 60 et e^{3x} sont deux nombres positifs donc leur produit l'est aussi, donc $f'(x) > 0$.
5. Comme $f'(x) > 0$, la fonction f est croissante sur [0 ; 0,5].

x	0		0,5
Signe de f'		+	
Sens de f	20	↗	90

6.

x	0	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
$f(x)$	20	23	27	31	36	42	49	57	66	77	90

7.



21 **1.** $f(-2) = 0{,}44$ et $f(4) = 1{,}27$.

2. $f'(x) = 1 + 0 + 2 \times (-0{,}5)\, e^{-0{,}5x} = 1 - e^{-0{,}5x}$

3. $f'(x) = 0$; $1 - e^{-0{,}5x} = 0$; $1 = e^{-0{,}5x}$; on applique la fonction «ln» à l'égalité et on a :
$\ln 1 = \ln e^{-0{,}5x}$
Soit $0 = -0{,}5x$ donc $x = 0$.

4. $f'(x) > 0$ veut dire $1 - e^{-0{,}5x} > 0$ et $1 > e^{-0{,}5x}$
donc $\ln 1 > \ln e^{-0{,}5x}$; $0 > -0{,}5x$;
comme $-0{,}5 < 0$, le sens de l'inégalité change et on a $0 < x$.

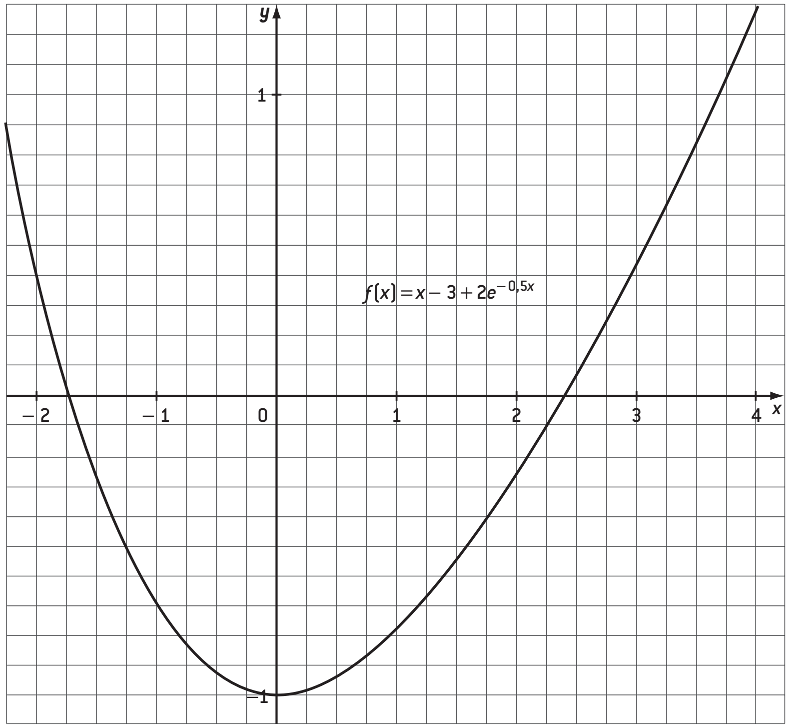
5.

x	-2		0		4
Signe de f'		$-$	0	$+$	
Sens de f	$0{,}44$	↘	-1	↗	$1{,}27$

6.

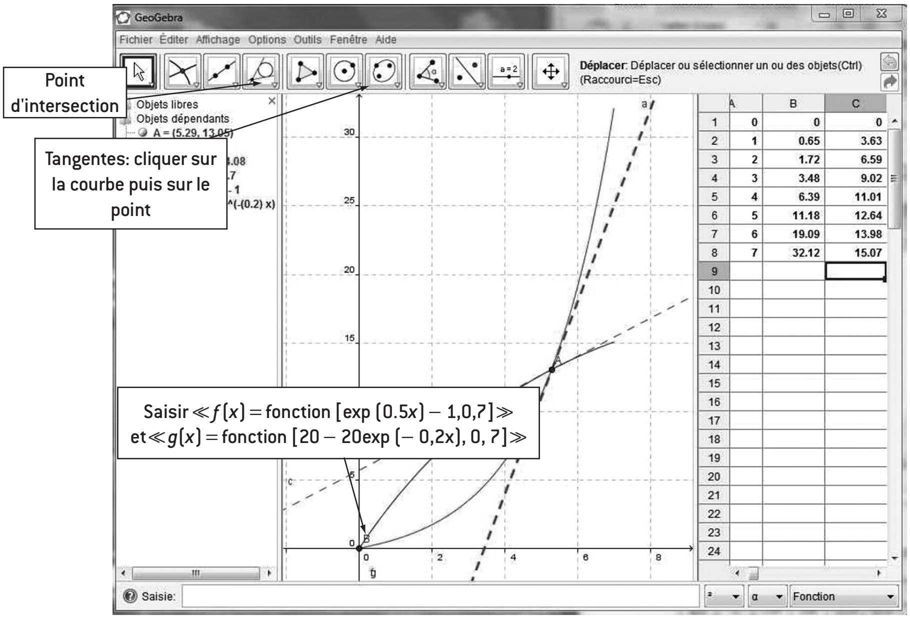
x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	0,44	– 0,7	– 1	– 0,79	– 0,26	0,45	1,27

7.



y
x
1
−1
−2
−1
0
1
2
3
4
$f(x) = x - 3 + 2e^{-0,5x}$

22 1.



GeoGebra
Fichier Éditer Affichage Options Outils Fenêtre Aide
Déplacer: Déplacer ou sélectionner un ou des objets(Ctrl) (Raccourci=Esc)
Point d'intersection
Objets libres
Objets dépendants
A = (5.29, 13.05)
Tangentes: cliquer sur la courbe puis sur le point
Saisir ≪ $f(x)$ = fonction [exp (0.5x) − 1,0,7] ≫ et ≪ $g(x)$ = fonction [20 − 20exp (− 0,2x), 0, 7] ≫
A B C
1 0 0 0
2 1 0.65 3.63
3 2 1.72 6.59
4 3 3.48 9.02
5 4 6.39 11.01
6 5 11.18 12.64
7 6 19.09 13.98
8 7 32.12 15.07
Saisie:
Fonction

2.

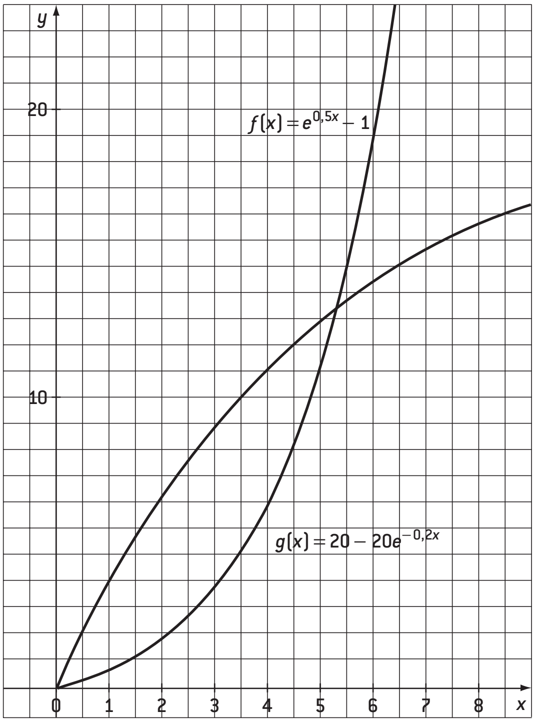
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	0	0,65	1,72	3,48	6,39	11,18	19,09	32,12	53,6
$g(x)$	0	5,44	9,89	13,54	16,52	18,96	20,96	22,6	23,94

3. f et g sont croissante sur $[0 ; 8]$.

4. $f'(x) = 0{,}5e^{0,5x}$ et $g'(x) = 0 - 30 \times (-0{,}2)\, e^{-0,2x} = 6e^{-0,2x}$.
Comme l'exponentielle est toujours positive et que $6 > 0$ et $0{,}5 > 0$ les dérivées f' et g' sont positives.

5. On en déduit que f et g sont croissantes sur l'intervalle $[0 ; 7]$.

6.



7. $f(x) = g(x)$ pour $x = 5{,}21$
et $f(x) \leq g(x)$ pour $0 \leq x \leq 5{,}21$.

23 Voir correction de l'exercice 66 page 72.

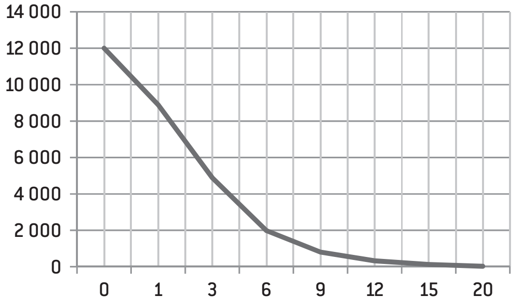
24 **1.** $P'(t) = -0{,}3 \times 12\,000e^{-0,3t} < 0$. La fonction P est donc décroissante, ce qui signifie que la population des bactéries décroit au cours du temps.

2. Non, la population ne peut être nulle, car la fonction exponentielle de base e ne s'annule jamais.

3.

t	0	1	3	6	9	12	15	20
$P(t)$	12 000	8 890	4 879	1 984	806	328	133	30

4. Représentation graphique obtenue avec un tableur-grapheur.



5. Graphiquement, on trouve $P(0,5) \approx 10\,500$ bactéries.
Par le calcul : $P(0,5) = 12\,000e^{-0,3 \times 0,5} \approx 10\,328$ bactéries.

6. On cherche la valeur de t pour laquelle $P(t) < 120$.

a. Graphiquement, on trouve environ 16 min.

b. Il s'agit de résoudre l'équation $P(t) = 12\,000e^{-0,3t} < 120$, soit $e^{-0,3t} < 0,01$.
D'où : $-0,3t < \ln(0,01)$, ou encore $t > 15,4$ au dixième près.
On trouve donc $t \approx 15$ min 24 s (au dixième).

25 **1.** $t = 4,8/12 = 0,4\ \%$.

2. $C_2 = C_1(1 + t) = 300 \times 1,004 = 301,2$ euros
$C_3 = C_1(1 + t)^2 = 300 \times 1,004^2 = 302,4048$ euros

3. $C_n = C_1(1 + t)^{n-1} = 300 \times 1,004^{n-1}$

4. Théa cherche à savoir au bout de combien de mois elle disposera de 315 euros, ce qui revient à trouver n tel que : $C_n = 315$, soit $300 \times 1,004^{n-1} = 315$, ou encore $1,004^{n-1} = 1,05$.

5. L'équation précédente revient à : $(n - 1) \times \ln(1,004) = \ln(1,05)$, d'où l'on trouve $n = 13$.
Théa disposera donc de la somme voulue au bout de 13 mois.

26 **1.** On obtient cette masse en prenant $t=0 : m(0)=2,6e^{-9,9.10^{-4}\times 0} = 2,6$.

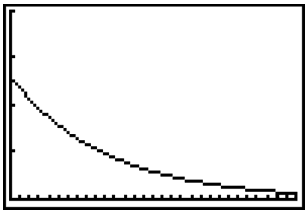
2. $m'(t)=2,6\times(-9,9.10^{-4})e^{-9,9.10^{-4}t} = -25,74.10^{-4}.e^{-9,9.10^{-4}t}$

m' est strictement négative et la fonction m est décroissante.

3 et 4. La calculatrice nous donne les résultats suivants :

t	0	100	200	300	400	500	600
$m(t)$	2,60	2,35	2,13	1,93	1,75	1,58	1,44

t	800	1 000	1 500	2 000	2 500	3 000
$m(t)$	1,18	0,97	0,59	0,36	0,22	0,13



5. On positionne le curseur le plus près possible de $Y = 1{,}3$ et on lit la valeur de t correspondante : $t \approx 700$ environ, soit 700 millions d'années.

6. L'équation $m(t) = 1{,}3$ correspond à : $2{,}6e^{-9{,}9.10^{-4}t} = 1{,}3$

$$e^{-9{,}9.10^{-4}t} = \frac{1{,}3}{2{,}6} = 0{,}5\,;\ \ln\left[e^{-9{,}9.10^{-4}t}\right] = \ln(0{,}5)$$

d'où : $-9{,}9.10^{-4}.\,t = \ln(0{,}5)$, soit $t = \dfrac{\ln(0{,}5)}{-9{,}9.10^{-4}} \approx 700$.

On retrouve bien le résultat donné approximativement par la calculatrice, soit 700 millions d'années.

7. a. 5 milliards d'années correspondent à $t = 5\,000$, on a donc : $m(5\,000) \approx 0{,}018$. La masse des déchets sera d'environ 0, 018 kg.
b. Cette masse ne sera jamais nulle d'où la lutte incessante des écologistes pour limiter, voire supprimer les recours à l'industrie nucléaire.

PRIMITIVES

Activité 1 Dépassement ! p. 109

1. a. $v_1 = 30{,}6$ m/s et $v_2 = 36{,}1$ m/s à 10^{-1} près.

b. $a = \dfrac{v_2 - v_1}{4} = \dfrac{36{,}1 - 30{,}6}{4} = 1{,}4$ m/s^2 à 10^{-1} près.

2. a. On a : $v_2 = at + v_1$.
b. Les expressions précédentes ne permettent pas de déterminer la distance parcourue au cours du déplacement.
3. La durée du déplacement est de 4 s, donc : $d = x(4) = 0{,}5 \times 1{,}4 \times 4^2 + 30{,}6 \times 4 = 133{,}6$ m à 10^{-1} près.
4. a. $g(t) = x'(t) = 2at + v_1$
b. $g'(t) = 2a$

Je m'entraîne p. 112

13 Les expressions possibles de F sont :

1. $F(x) = x^2 + 3x$ **3.** $F(x) = x^2 + 3x - \dfrac{7}{2}$

14 Les expressions possibles de F sont :

2. $F(x) = \dfrac{1}{2}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + 5x + 2$

3. $F(x) = \dfrac{1}{2}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + 5x$

15 Les expressions possibles de F sont :

1. $F(x) = \ln x - x^2 + 7$ **3.** $F(x) = \ln x - x^2$

16 Les expressions possibles de F sont :

1. $F(x) = 3x^2 - 5\sin x$ **2.** $F(x) = 3x^2 - 5\sin x - \dfrac{13}{4}$

17 **1.** $F(x)=x^3+7x+k \ (k \in \mathbb{R})$

2. $F(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+k \ (k \in \mathbb{R})$

3. $F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x+k \ (k \in \mathbb{R})$

18 **1.** $F(x)=x^4+\frac{1}{x}$

2. $F(x)=x^2+x+k \ (k \in \mathbb{R})$

19 **1.** La lecture du tableau des primitives donne :

- $\frac{1}{x}$ a pour primitive $\ln x$ donc $\frac{4}{x}$ a pour primitive $4\ln x$;
- x^3 a pour primitive $\frac{x^4}{4}$ donc $\frac{2}{3}x^3$ a pour primitive $\frac{2}{3} \times \frac{x^4}{4}$.

2. Ainsi une primitive de la fonction f pour $x > 0$ est F définie par :

$F(x) = 4\ln x + \frac{2}{12}x^4 + k$, avec k une constante.

3. On recherche maintenant la valeur de la constante k telle que $F(1) = \frac{1}{3}$.

Si $F(1)=\frac{1}{3}$ alors : $4\ln 1 + \frac{2}{12} + k = 1$,

c'est-à-dire $k=\frac{5}{6}$.

Ainsi $F(x) = 4\ln x + \frac{2}{12}x^4 + \frac{5}{6}$ pour $x > 0$ est la primitive de la fonction f telle que $F(1) = \frac{1}{3}$.

20 $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + e^x + k \ (k \in \mathbb{R})$

$F(0) = 1 + k = 1$ d'où : $k = 0$.

Finalement $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + e^x$.

21 **1.** $F'(x)=2x+\frac{1}{4} \times 2e^{2x} = 2x+\frac{1}{2}e^{2x} = f(x)$, donc F est une primitive de f.

2. D'après la question précédente, $G(x)$ est de la forme :

$$G(x) = x^2 + \frac{1}{4}e^{2x} + k, \text{ avec } k \text{ une constante.}$$

$G(1)=1=1+\frac{1}{4}e^2+k$, d'où $k=-\frac{1}{4}e^2$.

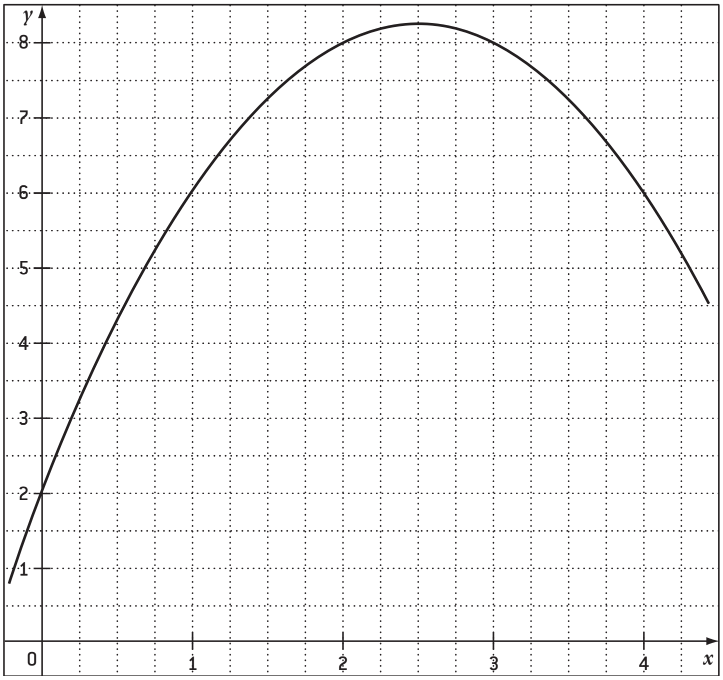
22 **1.** $F(x)=x^2+3x+k$ avec $k=3$.

2. $F(x)=2\ln x+\frac{3}{2}x^2+5x+k$ avec $k=-2$.

23 ***Erratum** : Une erreur s'est glissée dans la première édition du manuel : on étudie la fonction f sur l'intervalle [0 ; 4], et non sur [0 ; 2].*

1. Voir graphique ci-dessous, obtenu avec SineQuaNon.

D'après ce graphique on peut conjecturer que F est croissante sur [0 ; 2,5] puis décroissante sur [2,5 ; 4].



2. a. Par définition, on a : $F'(x)=-2x+5$.

Donc $F'(x)>0$ équivaut à $-2x+5>0$, soit : $x<\frac{5}{2}$.

b. On en déduit que F est décroissante sur [0 ; 2,5] puis décroissante sur [2,5 ; 4], ce qui confirme la conjecture faite au **1**.

3. À l'aide du tableau des primitives des fonctions de référence, on trouve que F est de la forme :

$$F(x)=-x^2+5x+k, \text{ avec } k \text{ une constante.}$$

Comme A (0 ; 2) appartient à la courbe représentative de F, on a : $F(0)=k=2$.

Donc : $F(x)=-x^2+5x+2$.

24 **1.** $v(t)=2t$ donc $v(6)=2\times 6=12$ m/s.

2. a. Une primitive de v est la fonction : $h(t)=t^2+k$, avec k une constante.

b. À l'instant initial $h(0)=0^2+k=0$ donc $k=0$.

Finalement : $h(6)=36$ m.

25 **1.** V = 100 m/s

a. Une primitive de *a* est donnée par : $v(t)=\frac{-1}{4}t^2+v_0$, où v_0 est la vitesse à l'instant initial.

b. D'après la question **1**, $v_0=100$ m/s, donc : $v(t)=\frac{-1}{4}t^2+100$.

3. a. *d* est de la forme : $d(t)=\frac{-1}{12}t^3+100t+d_0+d_0$.

b. Comme $d(0)=d_0=0$, on a $d(t)=\frac{-1}{12}t^3+100t$.

4. $d(6{,}3)=\frac{-1}{12}\times 6{,}3^3+100\times 6{,}3=609{,}2$ m

Annexe

PROGRAMME

Thématiques en Mathématiques

Les thématiques sont classées en cinq grands sujets :

- développement durable ;
- prévention, santé et sécurité ;
- évolution des sciences et techniques ;
- vie sociale et loisirs ;
- vie économique et professionnelle.

Une première liste non exhaustive et révisable de thématiques à explorer, classées par grands sujets, est proposée ci-dessous.
Par année de formation, l'enseignant choisit au moins deux thématiques dans des sujets différents.
La thématique choisie est d'autant plus riche qu'elle permet d'aborder plusieurs modules du programme. Pour chacune d'entre elles, des questions énoncées par l'enseignant doivent être proposées. Celles-ci doivent être en phase avec la vie quotidienne des élèves et leur formation professionnelle et motiver l'acquisition des compétences décrites dans le programme.
L'utilisation de ces thématiques peut prendre plusieurs formes (activité introductive concrète, séance de travaux pratiques, recherche multimédia, travail en groupe, travail personnel…).

Première liste de thématiques

Développement Durable

– Protéger la planète.
– Gérer les ressources naturelles.
– Transporter des personnes ou des marchandises.
– Comprendre les enjeux de l'évolution démographique.

Prévention, Santé et Sécurité

– Prévenir un risque lié à l'environnement.
– Prendre conscience du danger des pratiques addictives.
– Prendre soin de soi.
– Utiliser un véhicule.

Évolution des sciences et techniques

– Transmettre une information.
– Mesurer le temps et les distances.
– Découvrir les nombres à travers l'histoire des mathématiques.
– Observer le ciel.

Vie sociale et loisirs

– Construire et aménager une maison.
– Jouer avec le hasard.
– Comprendre l'information.
– Croire un sondage.
– Préparer un déplacement.

Vie économique et professionnelle

– Choisir un crédit.
– Établir une facture.
– Payer l'impôt.
– Concevoir un produit.
– Gérer un stock.
– Contrôler la qualité.

Classe de Terminale professionnelle

Les thématiques du programme de mathématiques

Les activités de formation contribuant à la mise en œuvre des compétences exigibles doivent être riches et diversifiées autour de thèmes fédérateurs.

Une liste, non exhaustive, de thématiques à explorer classées par grands sujets est proposée dans le BOEN et sera, périodiquement, partiellement renouvelée. Ces sujets sont issus de la vie courante ou professionnelle ou de disciplines d'enseignement.

Par année de formation, l'enseignant choisit au moins deux thématiques dans des sujets différents.

La thématique choisie est d'autant plus riche qu'elle permet d'aborder plusieurs modules du programme. Pour chacune d'entre elles, l'enseignant énonce une ou plusieurs questions clefs à la portée des élèves en phase avec leur vie quotidienne et leur formation professionnelle et facilitant l'acquisition des compétences du programme.

Ces questions liées aux thématiques choisies peuvent permettre une activité introductive concrète, une séance de travaux pratiques, une recherche multimédia, un travail en groupe, un travail personnel…

Les trois domaines du programme de mathématiques

L'ensemble du programme concerne trois domaines des mathématiques :
– Statistique et probabilités ;
– Algèbre – Analyse ;
– Géométrie.

Chaque domaine est divisé en modules de formation. Pour chaque module, les groupements concernés sont précisés. Cette répartition en modules a pour but de faciliter les progressions en spirale revenant plusieurs fois sur la même notion.

Statistique et probabilités

Ce domaine constitue un enjeu essentiel de la formation du citoyen. Il s'agit de fournir des outils pour comprendre le monde, décider et agir dans la vie quotidienne. La plupart d'entre eux ont déjà été introduits lors des classes antérieures. Leur enseignement facilite, souvent de façon privilégiée, les interactions entre diverses parties du programme de mathématiques (traitements numériques et graphiques) et les liaisons entre les enseignements de différentes disciplines.

L'étude des fluctuations d'échantillonnage en première reprend et approfondit celle menée en seconde en quantifiant la variabilité et permet de préparer le calcul des probabilités en terminale.

Les objectifs principaux de ce domaine sont :

– exploiter des données ;

– apprendre à identifier, classer, hiérarchiser l'information ;

– interpréter un résultat statistique ;

– gérer des situations simples relevant des probabilités.

Le calcul d'indicateurs, la construction de graphiques et la simulation d'expériences aléatoires à l'aide des TIC sont indispensables et constituent une obligation de formation.

Algèbre – Analyse

Ce domaine vise essentiellement la résolution de problèmes de la vie courante et professionnelle. Les situations choisies doivent permettre d'approcher les grands débats de société, autour du développement durable par exemple, et répondre à des problématiques parfaitement identifiées. Il est important également d'adapter les supports en fonction des métiers préparés afin de donner du sens aux notions abordées.

Les outils de calcul formel peuvent aider à résoudre des problèmes réels qui se traduisent par des équations plus complexes. L'étude des fonctions et des suites numériques est facilitée par l'utilisation des tableurs – grapheurs.

Les objectifs principaux de ce domaine sont :

– traduire en langage mathématique et résoudre des problèmes conduisant à une équation du second degré ;

– introduire les suites numériques ;

– introduire la fonction dérivée d'une fonction dérivable ;

– construire et exploiter des représentations graphiques ;

– introduire la notion de calcul intégral et de primitives dans le cadre du programme complémentaire.

L'utilisation de la calculatrice et de l'outil informatique pour alléger les difficultés liées aux calculs algébriques, pour résoudre des équations du second degré et pour construire ou interpréter des courbes est une obligation de formation.

Géométrie

Ce domaine fait partie des enseignements spécifiques. Il consiste à reprendre les principales notions abordées dans les classes précédentes, et pour certaines spécialités de baccalauréat professionnel, à en aborder de nouvelles.

Les objectifs principaux de ce domaine sont, selon les spécialités :

– consolider la vision dans l'espace ;

– introduire la notion de vecteur ;

– introduire la trigonométrie ;

– introduire la notion de produit scalaire et les nombres complexes dans le cadre du programme complémentaire.

Les logiciels de géométrie dynamique sont utilisés pour conjecturer des propriétés ou pour augmenter la lisibilité des figures étudiées
Le programme de mathématiques de ces classes est établi en tenant compte de la classification des baccalauréats professionnel suivante:

Groupement A	Groupement B	Groupement C
• Électrotechnique, énergie, équipements communicants. • Micro-informatique et réseaux : installation et maintenance. • Systèmes électroniques numériques.	• Aéronautique (toutes options). • Aménagement et finition du bâtiment. • Artisanat et métiers d'art (toutes options). • Carrosserie (toutes options). • Électromécanicien marine. • Environnement nucléaire. • Étude et définition de produits industriels. • Industries de procédés. • Industries des pâtes, papiers et cartons • Intervention sur le patrimoine bâti. • Maintenance de véhicules automobiles (toutes options) • Maintenance des équipements industriels. • Maintenance des matériels (toutes options) • Maintenance des systèmes mécaniques automatisés, option systèmes ferroviaires. • Maintenance nautique. • Métiers de la mode et industries connexes. • Microtechniques. • Mise en œuvre des matériaux (toutes options). • Ouvrages du bâtiment,(toutes options). • Photographie. • Pilotage des systèmes de production automatisée. • Plasturgie. • Production graphique. • Production imprimée. • Productique mécanique, (toutes options) • Réalisation d'ouvrages chaudronnés et de structures métalliques. • Réparation des carrosseries • Technicien constructeur bois. • Technicien d'usinage. • Technicien de fabrication bois et matériaux associés. • Technicien de maintenance des systèmes énergétiques et climatiques. • Technicien de scierie. • Technicien d'études du bâtiment (toutes options) • Technicien du froid et du conditionnement de l'air. • Technicien en aérostructures. • Technicien en installation des systèmes énergétiques et climatiques. • Technicien géomètre-topographe. • Technicien menuisier agenceur. • Technicien modeleur. • Technicien outilleur. • Travaux publics.	• Bio-industries de transformation. • Commerce. • Comptabilité. • Conduite et gestion des entreprise maritimes • Cultures marines • Esthétique, cosmétique, parfumerie. • Exploitation des transports. • Hygiène et environnement. • Logistique. • Métiers de l'alimentation. • Métiers du pressing et de la blanchisserie • Métiers de la sécurité option police nationale • Restauration. • Secrétariat. • Sécurité prévention • Services accueil, assistance, conseil. • Services de proximité et vie locale. •Traitements de surface. • Vente (prospection – négociation – suivi de clientèle).

Le programme de première professionnelle se compose d'un tronc commun (TC) et d'une partie spécifique (SPE) dont les contenus mathématiques sont indiqués dans le tableau suivant.

	Intitulé	Grpt A	Grpt B	Grpt C
TC	Statistique à une variable. Fluctuation d'une fréquence selon les échantillons, probabilités.	x x	x x	x x
	Suites numériques 1.	x	x	x
	Fonctions de la forme $f+g$ et $k\,f$. Du premier au second degré. Approcher une courbe avec des droites.	x x x	x x x	x x x
SPE	Vecteurs 1	x	x	
	Trigonométrie 1	x	X	

Le programme de terminale professionnelle se compose d'un tronc commun (TC) et d'une partie spécifique (SPE) dont les contenus mathématiques sont indiqués dans le tableau suivant.

	Intitulé	Grpt A	Grpt B	Grpt C
TC	Statistique à deux variables. Probabilités.	x x	x x	x x
	Suites numériques 2.	x	x	x
	Fonction dérivée et étude des variations d'une fonction.	x	x	x
SPE	Fonctions exponentielles et logarithme décimal.			x
	Fonctions logarithmes et exponentielles.	x	x	
	Géométrie dans le plan et dans l'espace : consolidation.		x	
	Vecteurs 2.		x	
	Trigonométrie 2.	x		

Un programme complémentaire de mathématiques à donner en terminale en fonction des besoins des disciplines d'enseignement professionnel et du projet personnel de poursuite d'études des élèves est nécessaire. Il comporte les modules suivants :

Groupements A et B

- Produit scalaire ;
- Nombres complexes ;
- Calcul intégral.

Groupement C

- Primitives ;
- Fonctions logarithme népérien et exponentielle de base e.

1. STATISTIQUE ET PROBABILITÉS

1.1 Statistique à deux variables (*groupements* A, B *et* C)

L'objectif de ce module est d'étudier un lien éventuel entre deux caractères d'une même population et, lorsqu'il est pertinent, de déterminer une équation de droite d'ajustement pour interpoler ou extrapoler. Cette étude est à relier aux travaux pratiques de sciences physiques (caractéristiques d'un dipôle linéaire, détermination expérimentale de l'indice de réfraction d'un milieu transparent...) et aux domaines professionnels.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Représenter à l'aide des TIC un nuage de points. Déterminer le point moyen.	Série statistique quantitative à deux variables : nuage de points, point moyen.	Le point moyen a pour coordonnées $(\bar{x}, \bar{y})$.
Déterminer, à l'aide des TIC, une équation de droite qui exprime de façon approchée une relation entre les ordonnées et les abscisses des points du nuage. Utiliser cette équation pour interpoler ou extrapoler.	Ajustement affine.	L'ajustement est réalisé à partir de l'équation affichée par une calculatrice ou un tableur-grapheur, sans explication des calculs. La méthode d'obtention de cette équation (méthode des moindres carrés) par les instruments de calcul n'est pas au programme. Constater graphiquement que la droite obtenue passe par le point moyen. Le coefficient de corrélation linéaire n'est pas au programme. Selon les besoins, aborder des exemples d'ajustements non affines fournis par le tableur.

1.2 Probabilités (*groupements* A, B *et* C)

L'objectif de ce module est d'entraîner les élèves à décrire quelques expériences aléatoires simples à mettre en œuvre, et à calculer des probabilités. Tout développement théorique est exclu. La notion de probabilité est introduite en s'appuyant sur l'observation de la fluctuation d'échantillonnage d'une fréquence et sur la relative stabilité de cette fréquence lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois. Les études menées s'appuient sur des exemples simples issus du domaine technologique ou de la vie courante. Les capacités figurant au programme de première professionnelle, concernant la fluctuation d'échantillonnage, restent exigibles.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Passer du langage probabiliste au langage courant et réciproquement.	Expérience aléatoire, événement élémentaire, univers, événement. Réunion et intersection d'événements. Événements incompatibles, événements contraires.	Se limiter au cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini. La connaissance des symboles $\cup$ (réunion), $\cap$ (intersection) et la notation $\bar{A}$ (événement contraire) est exigible.

Calculer la probabilité d'un événement par addition des probabilités d'événements élémentaires. Reconnaître et réinvestir des situations de probabilités issues d'expériences aléatoires connues : tirages aléatoires avec ou sans remise, urnes. Calculer la probabilité d'un événement contraire $\bar{A}$. Calculer la probabilité de la réunion d'événements incompatibles. Utiliser la formule reliant la probabilité de $A \cup B$ et de $A \cap B$.	Probabilité d'un événement. Événements élémentaires équiprobables. Événements élémentaires non équiprobables.	Faire le lien avec les propriétés des fréquences. Les tirages simultanés sont exclus. Entraîner les élèves à utiliser à bon escient des représentations pertinentes (arbres, tableaux, diagrammes) pour organiser et dénombrer des données relatives à une expérience aléatoire. Ces représentations constituent une preuve. Toute utilisation de formules d'arrangement ou de combinaison est hors programme. La généralisation à des cas où les événements élémentaires ne sont pas équiprobables se fait à partir d'exemples simples. La notion d'indépendance est hors programme.

2. ALGÈBRE – ANALYSE

2.1 Suites numériques 2 (*groupements* A, B *et* C)

L'objectif de ce module est de renforcer les notions vues en première professionnelle et d'entraîner les élèves à résoudre un problème concret, issu du domaine professionnel ou de la vie courante, dont la situation est modélisée par une suite numérique. On accorde ici une place importante aux séries chronologiques. En fin d'étude, l'enseignant propose la lecture critique de documents commentant l'évolution de certains phénomènes.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Appliquer les formules donnant le terme de rang *n* en fonction du premier terme et de la raison de la suite.	Expression du terme de rang *n* d'une suite arithmétique. Expression du terme de rang *n* d'une suite géométrique.	Dans les énoncés de problèmes ou d'exercices, les formules sont à choisir dans un formulaire donné en annexe. Pour les sections du groupement C, les exemples traités portent aussi sur les thèmes suivants : – intérêts composés : capital, intérêts, valeur acquise ; – capitalisation et amortissement : annuités, valeur acquise, valeur actuelle ; – emprunt indivis: annuités, intérêts, tableau d'amortissement. La formule de la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ou géométrique est donnée si nécessaire.

2.2 Fonction dérivée et étude des variations d'une fonction (*groupements* A, B *et* C)

L'objectif de ce module est d'étudier les variations de fonctions dérivables afin de résoudre des problèmes issus des sciences, du domaine professionnel ou de la vie courante. L'utilisation des TIC est nécessaire.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Utiliser les formules et les règles de dérivation pour déterminer la dérivée d'une fonction.	Fonction dérivée d'une fonction dérivable sur un intervalle I. Fonctions dérivées des fonctions de référence $x \mapsto ax + b$ (a et b réels), $x \mapsto x^2$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto \sqrt{x}$ et $x \mapsto x^3$. Notation $f'(x)$. Dérivée du produit d'une fonction par une constante, de la somme de deux fonctions.	Étant donnée une fonction f dérivable sur un intervalle I, la fonction qui à tout nombre x de I associe le nombre dérivé de la fonction f en x est appelée fonction dérivée de la fonction f sur I et est notée f'. Dans les énoncés de problèmes ou d'exercices, les formules, admises, sont à choisir dans un formulaire spécifique donné en annexe. Appliquer ces formules à des exemples ne nécessitant aucune virtuosité de calcul. Les formules sont progressivement mises en œuvre pour déterminer les dérivées de fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à 3.
Étudier, sur un intervalle donné, les variations d'une fonction à partir du calcul et de l'étude du signe de sa dérivée. Dresser son tableau de variation. Déterminer un extremum d'une fonction sur un intervalle donné à partir de son sens de variation.	Théorème liant, sur un intervalle, le signe de la dérivée d'une fonction au sens de variation de cette fonction.	Les théorèmes liant le sens de variation d'une fonction et le signe de sa dérivée sont admis. Le tableau de variation est un outil d'analyse, de réflexion voire de preuve. Constater, à l'aide de la fonction cube, que le seul fait que sa dérivée s'annule ne suffit pas pour conclure qu'une fonction possède un extremum.

2.3 Fonctions exponentielles et logarithme décimal (*groupement* C)

L'objectif de ce module est de découvrir des fonctions exponentielles simples et la fonction logarithme décimal. L'utilisation des TIC est nécessaire.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Sur un intervalle donné, étudier les variations et représenter graphiquement les fonctions $x \mapsto q^x$ (avec $q = 10$ et $q = \frac{1}{2}$).	Fonctions exponentielles définies sur un intervalle donné par $x \mapsto q^x$ (avec q strictement positif et différent de 1). Propriétés opératoires de ces fonctions exponentielles.	Les fonctions exponentielles sont à présenter comme « prolongement » des suites géométriques de premier terme 1 et de raison q strictement positive : elles sont introduites par interpolation de la représentation graphique d'une suite géométrique de raison q strictement positive et différente de 1. L'utilisation des TIC est obligatoire. L'étude des fonctions exponentielles, pour $x < 0$ sera ensuite menée en utilisant les TIC. Se limiter à l'étude de trois exemples dont celui où $q = 10$. Toute virtuosité dans l'utilisation des propriétés opératoires est exclue.

Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction logarithme décimal, sur un intervalle donné. Exploiter une droite tracée sur du papier semi-logarithmique.	Fonction logarithme décimal $x \mapsto \log x$. Propriétés opératoires de la fonction logarithme décimal.	La fonction logarithme décimal est introduite à l'aide des TIC à partir de la fonction $x \mapsto 10^x$. La relation $\log 10^x = x$ est admise après des conjectures émises à l'aide des TIC. Les propriétés algébriques de cette fonction sont données et admises. Étudier des situations conduisant à l'utilisation du papier semi-logarithmique en liaison avec les sciences physiques ou le domaine professionnel.
Résoudre des équations du type $q^x = a$ et $\log x = a$ ou des inéquations du type $q^x \geq b$ (ou $q^x \leq b$) et $\log x \geq b$ (ou $\log x \leq b$).	Processus de résolution d'équations du type $q^x = a$ et $\log x = a$ et des inéquations du type $q^x \geq b$ (ou $q^x \leq b$) et $\log x \geq b$ (ou $\log x \leq b$).	

2.4 Fonctions logarithmes et exponentielles (*groupements* A *et* B)

L'objectif de ce module est d'entraîner l'élève à étudier et exploiter ces fonctions, modèles de situations concrètes, et d'utiliser leurs propriétés algébriques. L'utilisation des TIC est nécessaire.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction logarithme népérien, sur un intervalle donné.	Fonction logarithme népérien $x \mapsto \ln x$. Définition du nombre e. Propriétés opératoires de la fonction logarithme népérien.	La fonction ln est la fonction définie pour $x > 0$, qui s'annule en 1 et dont la dérivée est la fonction inverse. L'étude des variations est conduite à l'aide de la dérivée. Ces propriétés sont conjecturées à l'aide de la courbe représentative de la fonction logarithme népérien ou à l'aide de la calculatrice. Toute virtuosité dans l'utilisation de ces propriétés opératoires est exclue.
Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction logarithme décimal, sur un intervalle donné. Exploiter une droite tracée sur du papier semi-logarithmique	Fonction logarithme décimal $x \mapsto \log x$. Propriétés opératoires de la fonction logarithme décimal.	La fonction logarithme décimal est introduite à partir de la fonction ln. Les propriétés algébriques de cette fonction se déduisent de celles de la fonction logarithme népérien. Étudier des situations conduisant à l'utilisation du papier semi-logarithmique en liaison avec les sciences physiques ou le domaine professionnel.
Interpréter e^b comme la solution de l'équation $\ln x = b$. Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction $x \mapsto e^x$ sur un intervalle donné.	La fonction exponentielle $x \mapsto e^x$. Propriétés opératoires de la fonction exponentielle de base e.	Conjecturer, à l'aide de la calculatrice, que $\ln(e^b) = b$. L'unicité de la solution est montrée à l'aide de la courbe représentative de la fonction logarithme népérien. La représentation graphique de la fonction $x \mapsto e^x$ est obtenue à l'aide des TIC. Ces propriétés sont conjecturées à l'aide de la courbe représentative de la fonction logarithme népérien ou à l'aide de la calculatrice.

Étudier les variations des fonctions $x \mapsto e^{ax}$ (a réel non nul).	Dérivée des fonctions $x \mapsto e^{ax}$ (a réel non nul).	Illustrer le cas $a = 1$ à l'aide des coefficients directeurs de quelques tangentes. Dans les énoncés de problèmes ou d'exercices, la formule, admise, est à choisir dans un formulaire spécifique donné en annexe. Les fonctions $x \mapsto q^x$ (avec $q = 10$ et $q = \frac{1}{2}$) sont étudiées selon les besoins du domaine professionnel ou des autres disciplines.
Résoudre des équations du type $e^{ax} = b$ et des inéquations du type $e^{ax} \geq b$ (ou $e^{ax} \leq b$). Résoudre des équations du type $\ln(ax) = b$ (avec $a > 0$) et des inéquations du type $\ln(ax) \geq b$ (ou $\ln(ax) \leq b$) (avec $a > 0$).	Processus de résolution d'équations du type $e^{ax} = b$ et d'inéquations du type $e^{ax} \geq b$ (ou $e^{ax} \leq b$). Processus de résolution d'équations du type $\ln(ax) = b$ (avec $a > 0$) et des inéquations du type $\ln(ax) \geq b$ ou du type $\ln(ax) \leq b$ (avec $a > 0$).	

3. GÉOMÉTRIE

3.1 Géométrie dans le plan et dans l'espace : consolidation (*groupement* B)

L'objectif de ce module est de revoir et renforcer, à partir d'activités, les connaissances et compétences de géométrie étudiées dans les classes précédentes (sans révision systématique).

Capacités	Connaissances	Commentaires
Représenter, avec ou sans TIC, la section d'un solide usuel par un plan. Identifier un solide usuel dans un objet donné, à partir d'une représentation géométrique de ce dernier. Lire et interpréter une représentation d'un solide. Isoler une figure plane extraite d'un solide à partir d'une représentation. Utiliser les définitions, propriétés et théorèmes mis en place dans les classes précédentes pour identifier, représenter et étudier les figures planes et les solides cités dans ce paragraphe.	Solides usuels : cube, parallélépipède rectangle, pyramide, cylindre, cône, sphère.	Les sections obtenues sont des triangles particuliers, des quadrilatères particuliers ou des cercles. Les solides étudiés sont des objets techniques issus de la vie courante ou professionnelle. Ils sont constitués à partir de solides usuels. Les figures planes et les représentations des solides sont construites à l'aide des outils de géométrie ou de logiciels de géométrie dynamique.

3.2 Vecteurs 2 (*groupement* B)

L'objectif de ce module est d'aborder le repérage dans l'espace ainsi que des notions vectorielles simples. Le passage du plan à l'espace se fait de façon intuitive.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Calculer la norme d'un vecteur dans un repère orthonormal dans l'espace.	Dans l'espace muni d'un repère orthonormal : – coordonnées cartésiennes d'un point ; – coordonnées d'un vecteur ; – norme d'un vecteur.	

3.3 Trigonométrie 2 (*groupement* A)

L'objectif de ce module est de fournir aux élèves quelques outils spécifiques. Leur introduction s'appuie sur des exemples concrets issus du domaine professionnel. L'utilisation des TIC est nécessaire.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Établir des liens entre le vecteur de Fresnel d'une tension ou d'une intensité sinusoïdale de la forme $a \sin(\omega t + \varphi)$ et la courbe représentative de la fonction qui à t associe $a \sin(\omega t + \varphi)$.	Représentation de Fresnel d'une grandeur sinusoïdale.	Les valeurs instantanées des tensions ou intensités électriques sinusoïdales servent de support à l'étude de ces notions.
Placer sur le cercle trigonométrique les points « images » des réels $-x$, $\pi - x$, $\frac{\pi}{2} - x$ et $\pi + x$ connaissant « l'image » du réel x. Utiliser le cercle trigonométrique pour écrire les cosinus et sinus des réels $-x$, $\pi - x$, $\frac{\pi}{2} - x$, et $\pi + x$ en fonction des cosinus et sinus du réel x.	Angles associés : supplémentaires, complémentaires, opposés et angles dont les mesures sont différentes de π. Courbe représentative de la fonction cosinus.	La relation $\cos x = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ permet d'obtenir la courbe représentative de la fonction cosinus.
Mettre en œuvre les formules exprimant cos (a + b) et sin (a + b) en fonction de cos a, cos b, sin a, sin b.	Formules exprimant $\cos(a+b)$ et $\sin(a+b)$ en fonction de $\cos a$, $\cos b$, $\sin a$, $\sin b$.	Les formules sont admises.
Résoudre les équations de la forme $\cos x = a$, $\sin x = b$ et $\sin(\omega t + \varphi) = c$. Estimer, à l'aide d'un tableur-grapheur ou d'une calculatrice, la (les) solution(s), dans un intervalle donné, de l'équation $f(x) = \lambda$ avec λ réel donné et $f(x) = \cos x$ ou $f(x) = \sin x$ et de l'équation $\sin(\omega t + \varphi) = c$.	Équations de la forme $\cos x = a$ et $\sin x = b$ et $\sin(\omega t + \varphi) = c$.	Utiliser le cercle trigonométrique en se limitant aux cas où les réels a, b et c ont pour valeur absolue 0, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ou $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Dans le cas où λ n'est pas une des valeurs citées ci-dessus, donner une valeur approchée de la (les) solution(s) cherchée(s).

Programme complémentaire de mathématiques en vue d'une poursuite d'études en Section de Technicien Supérieur

Produit scalaire de deux vecteurs du plan (*groupements* A *et* B)

L'objectif de ce module est de fournir aux élèves des outils spécifiques utilisés dans le domaine professionnel. L'introduction des notions s'appuie sur des exemples concrets issus des sciences physiques ou du domaine professionnel.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Utiliser les trois expressions du produit scalaire de deux vecteurs pour déterminer des longueurs et des angles.	Définition du produit scalaire de deux vecteurs.	Les trois expressions du produit scalaire de deux vecteurs sont les suivantes : $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\lVert\vec{u}+\vec{v}\rVert^2-\lVert\vec{u}\rVert^2-\lVert v\rVert^2\right)$ si $\vec{u}$ ou $\vec{v}$ est nul alors $\vec{u}\,.\,\vec{v}=0$. si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont tous les deux différents du vecteur nul alors $\vec{u}\,.\,\vec{v}=\lVert\vec{u}\rVert\times\lVert\vec{v}\rVert\times\cos\theta$ avec $\theta=(\vec{u},\vec{v})$. si, dans un repère orthonormal, les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont pour coordonnées respectives (x, y) et (x', y') alors $\vec{u}\,.\,\vec{v}=xx'+yy'$.
	Formules exprimant sin $(a+b)$ et cos $(a+b)$ en fonction de cos a, cos b, sin a, sin b.	Deux des trois expressions du produit scalaire de deux vecteurs sont utilisées pour élaborer la formule donnant cos $(a-b)$.
	Propriétés du produit scalaire de deux vecteurs : $\vec{u}.\vec{v}=\vec{v}.\vec{u}$ $\alpha(\vec{u}.\vec{v})=(\alpha\vec{u}).\vec{v}$ $\vec{u}.(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}.\vec{v}+\vec{u}.\vec{w}$	Ces propriétés sont admises.
Reconnaître des vecteurs orthogonaux, à l'aide de leurs coordonnées dans un repère orthonormal.	Vecteurs orthogonaux.	Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si leur produit scalaire est nul. Deux vecteurs orthogonaux non nuls ont des directions perpendiculaires.

Nombres complexes (*groupements* A *et* B)

L'objectif de ce module est de fournir aux élèves des outils spécifiques utilisés dans le domaine professionnel. L'introduction des notions s'appuie sur des exemples concrets issus du domaine professionnel.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Dans le plan rapporté à un repère orthonormal direct (plan complexe) : - représenter un nombre complexe z par un point M ou un vecteur $\overrightarrow{OM}$; - représenter le nombre complexe $\overline{z}$.	Expression algébrique d'un nombre complexe z : $z=a+jb$ avec $j^2=-1$. Partie réelle, partie imaginaire. Nombre complexe nul. Égalité de deux nombres complexes. Nombre complexe opposé de z ; nombre complexe conjugué de z. Représentation d'un nombre complexe dans le plan complexe.	

Représenter, dans le plan complexe, la somme de deux nombres complexes et le produit d'un nombre complexe par un réel. Effectuer des calculs dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes; donner le résultat sous forme algébrique.	Somme, produit, quotient de deux nombres complexes.	
Écrire un nombre complexe sous forme trigonométrique. Passer de la forme algébrique d'un nombre complexe à sa forme trigonométrique et réciproquement.	Module et arguments d'un nombre complexe non nul.	

Calcul intégral (*groupements* A *et* B)

L'objectif de ce module est de donner un outil permettant de résoudre des problèmes issus du domaine professionnel. Toute virtuosité est exclue. Il convient que l'élève maîtrise les notions de base décrites dans cette partie en résolvant de nombreux problèmes et en expérimentant.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Savoir que si F est une primitive d'une fonction f sur un intervalle, F + k (où k est une constante) est aussi une primitive de f. Utiliser un tableau donnant les primitives des fonctions usuelles suivantes : $x \mapsto k, x \mapsto x, x \mapsto x^2, x \mapsto x^3$, $x \mapsto x^n$ et $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ Déterminer, avec ou sans TIC, les primitives d'une somme de fonctions, du produit d'une fonction par un réel.	Primitives d'une fonction sur un intervalle. Primitives d'une somme de fonctions, du produit d'une fonction par un réel.	Conjecturer cette propriété en déterminant, par expérimentation, parmi plusieurs fonctions données, celles dont les fonctions dérivées sont égales. Entraîner les élèves à retrouver ces primitives par lecture inverse des formules de dérivation. Dans tous les autres cas, une primitive est donnée.
Calculer, avec ou sans TIC, l'intégrale, sur un intervalle $[a,b]$, d'une fonction f admettant une primitive F. Interpréter, dans le cas d'une fonction positive, une intégrale comme l'aire d'une surface.	Définition de l'intégrale, sur un intervalle $[a,b]$, d'une fonction f admettant une primitive F : $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$	Constater que le résultat est indépendant du choix de la primitive. Se limiter à des fonctions f dont la détermination de la dérivée ne pose pas de difficulté particulière. Pour les spécialités du groupement A, une primitive des fonctions trigonométriques est introduite pour calculer des valeurs moyennes et des valeurs efficaces.

Primitives (*groupement* C)

L'objectif est de donner un outil permettant de résoudre des problèmes issus des sciences ou du domaine professionnel. Toute virtuosité est exclue. Il convient que l'élève maîtrise les notions de base décrites dans cette partie en résolvant de nombreux problèmes et en expérimentant.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Savoir que si F est une primitive d'une fonction f sur un intervalle, $F + k$ (où k est une constante) est aussi une primitive de f. Utiliser un tableau donnant les primitives des fonctions usuelles suivantes : $x \mapsto k, x \mapsto x, x \mapsto x^2, x \mapsto x^3, x \mapsto x^n$ et $x \mapsto \frac{1}{x}$. Déterminer, avec ou sans TIC, les primitives d'une somme de fonctions, du produit d'une fonction par un réel.	Primitives d'une fonction sur un intervalle. Primitives d'une somme de fonctions, du produit d'une fonction par un réel.	Conjecturer cette propriété en déterminant, par expérimentation, parmi plusieurs fonctions données, celles dont les fonctions dérivées sont égales. Entraîner les élèves à retrouver ces primitives par lecture inverse des formules de dérivation. Dans tous les autres cas, une primitive est donnée.

Fonctions logarithme népérien et exponentielle de base *e* (*groupement* C)

L'objectif est d'entraîner l'élève à étudier et exploiter ces fonctions, modèles de situations concrètes, et d'utiliser leurs propriétés algébriques.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction logarithme népérien, sur un intervalle donné.	Fonction logarithme népérien $x \mapsto \ln x$. Définition du nombre e. Propriétés opératoires de la fonction logarithme népérien.	La fonction ln est la fonction définie pour $x > 0$, qui s'annule en 1 et dont la dérivée est la fonction inverse. L'étude des variations est conduite à l'aide de la dérivée. Ces propriétés sont conjecturées à l'aide de la courbe représentative de la fonction logarithme népérien ou à l'aide de la calculatrice. Toute virtuosité dans l'utilisation de ces propriétés est exclue.
Interpréter e^b comme la solution de l'équation $\ln x = b$. Étudier les variations et représenter graphiquement la fonction $x \mapsto e^x$ sur un intervalle donné.	La fonction exponentielle $x \mapsto e^x$. Propriétés opératoires de la fonction exponentielle de base e.	Conjecturer, à l'aide de la calculatrice, que $\ln(e^b) = b$. L'unicité de la solution est montrée à l'aide de la courbe représentative de la fonction logarithme népérien. La représentation graphique de la fonction $x \mapsto e^x$ est obtenue à l'aide des TIC. Ces propriétés sont conjecturées à l'aide de la courbe représentative de la fonction logarithme népérien ou à l'aide de la calculatrice.

Étudier les variations des fonctions $x \mapsto e^{ax}$ (a réel non nul).	Dérivée des fonctions $x \mapsto e^{ax}$ (a réel non nul).	Illustrer le cas $a = 1$ à l'aide des coefficients directeurs de quelques tangentes. Dans les énoncés de problèmes ou d'exercices, la formule, admise, est à choisir dans un formulaire spécifique donné en annexe. Les fonctions $x \mapsto q^x$ (avec $q = 10$ et $q = \frac{1}{2}$) sont étudiées selon les besoins du domaine professionnel ou des autres disciplines.
Résoudre des équations du type $e^{ax} = b$ et des inéquations du type $e^{ax} \geq b$ (ou $e^{ax} \leq b$). Résoudre des équations du type $\ln(ax) = b$ (avec $a > 0$) et des inéquations du type $\ln(ax) \geq b$ (ou $\ln(ax) \leq b$) (avec $a > 0$).	Processus de résolution d'équations du type $e^{ax} = b$ et d'inéquations du type $e^{ax} \geq b$ (ou $e^{ax} \leq b$). Processus de résolution d'équations du type $\ln(ax) = b$ (avec $a > 0$) et des inéquations du type $\ln(ax) \geq b$ ou du type $\ln(ax) \leq b$ (avec $a > 0$).	

Référentiel de mathématiques de B.E.P

Ce référentiel est commun à l'ensemble des sections de BEP.

Les situations choisies pour l'évaluation sont issues de la vie courante, des différentes disciplines ou du domaine professionnel. Elles permettent d'évaluer l'aptitude des candidats à :

- rechercher, extraire et organiser l'information ;
- choisir et exécuter une méthode de résolution ;
- raisonner, argumenter, critiquer et valider un résultat ;
- présenter, communiquer un résultat.

Les énoncés des situations doivent être clairs afin d'aider le candidat à s'approprier la problématique. Dans tous les cas, il faut éviter les sources de difficultés et d'incompréhension qui ne sont pas nécessaires.

1. STATISTIQUE ET NOTION DE PROBABILITÉ

1.1 Statistique à une variable

Capacités	Indicateurs pour l'évaluation
Organiser des données statistiques en choisissant un mode de représentation graphique adapté à l'aide des fonctions statistiques d'une calculatrice ou d'un tableur. Extraire des informations d'une représentation d'une série statistique.	Le temps de saisie des données doit être raisonnable. Dans le cas d'un grand nombre de données, un fichier de données est fourni. Dans le cas de regroupement en classe l'amplitude commune de chacune des classes est donnée. Les informations sont extraites d'un diagramme en bâtons, d'un diagramme en secteurs ou d'un histogramme. Les informations extraites sont le caractère étudié, un effectif, une fréquence, la répartition des valeurs ou la médiane *Me* (ou la classe médiane).
Déterminer la moyenne $\overline{x}$, la médiane *Me* d'une série statistique, à l'aide des fonctions statistiques d'une calculatrice et d'un tableur. Comparer ces indicateurs pour une série statistique donnée. Interpréter les résultats obtenus. Calculer l'étendue e d'une série statistique. Comparer deux séries statistiques à l'aide de moyenne ou médiane et étendue. Calculer le premier et le troisième quartile d'une série statistique. Comparer deux séries statistiques à l'aide de moyenne ou médiane et quartiles.	Le temps de saisie des données doit être raisonnable. Dans le cas d'un grand nombre de données, un fichier de données est fourni. Dans le cas de regroupement en classes les estimations de la médiane par interpolation affine ou par détermination graphique à partir des effectifs (ou des fréquences) cumulés ne sont pas exigibles.

1.2 Fluctuations d'une fréquence selon les échantillons, probabilités

Capacités	Indicateurs pour l'évaluation
Expérimenter à l'aide d'une simulation informatique prête à l'emploi, la prise d'échantillons aléatoires de taille n fixée, extraits d'une population où la fréquence p relative à un caractère est connue.	Toutes les informations nécessaires sur l'outil de simulation sont fournies.
Déterminer l'étendue des fréquences de la série d'échantillons de taille n.	Les fréquences de la série peuvent être données, ou obtenues par simulation.
Calculer le pourcentage des échantillons de taille n simulés, pour lesquels la fréquence relative au caractère étudié appartient à l'intervalle $\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}}, p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$. Comparer le pourcentage obtenu avec 95 %. Exercer un regard critique sur la situation étudiée.	Les nombres n et p vérifient $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$. La connaissance de ces conditions n'est pas exigible. La formule de l'intervalle est donnée.
Evaluer la probabilité d'un événement à partir des fréquences. Faire preuve d'esprit critique, face à une situation aléatoire.	La situation aléatoire étudiée est une situation simple.

2. ALGÈBRE – ANALYSE

2.1 Information chiffrée, proportionnalité

Capacités	Indicateurs pour l'évaluation
Reconnaître que deux suites de nombres sont, ou ne sont pas, proportionnelles.	Les suites sont constituées de nombres décimaux positifs. Une situation de proportionnalité peut être reconnue : – en calculant un coefficient de proportionnalité, – par des points alignés sur une droite passant par l'origine d'un repère orthogonal. Pour les calculs commerciaux ou financiers, toutes les informations et les méthodes nécessaires sont fournies. Les TIC sont utilisées pour conjecturer ou vérifier, par exemple à l'aide d'un tableur-grapheur, que deux suites sont proportionnelles ou non.
Résoudre un problème dans une situation de proportionnalité clairement identifiée.	
Utiliser des pourcentages dans des situations issues de la vie courante, des autres disciplines, de la vie économique et professionnelle.	
Utiliser les TIC pour traiter des problèmes de proportionnalité.	

2.2 Résolution d'un problème du premier degré

Capacités	Indicateurs pour l'évaluation
Dans une situation issue de la vie courante, des autres disciplines, de la vie économique et professionnelle, rechercher et organiser l'information, traduire un problème du premier degré à l'aide d'équations ou d'inéquations.	Le texte proposé est simple, les informations et la marche à suivre sont fournies.

Résoudre algébriquement et graphiquement une équation du premier degré à une inconnue, une inéquation du premier degré à une inconnue, un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.	Les calculs intervenant dans la résolution des équations, des inéquations et des systèmes d'équations ne comportent pas de difficultés techniques. Dans le cas d'une résolution graphique, le repère du plan est donné.
Utiliser les TIC pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue, une inéquation du premier degré à une inconnue, un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.	Seule la résolution graphique est exigible

2.3 Notion de fonction

Capacités	Indicateurs pour l'évaluation
Utiliser une calculatrice ou un tableur-grapheur pour obtenir : – l'image d'un nombre réel par une fonction donnée (valeur exacte ou arrondie) ; – un tableau de valeurs d'une fonction donnée (valeurs exactes ou arrondies) ; – la représentation graphique d'une fonction donnée sur un intervalle.	L'intervalle d'étude de la fonction est donné.
Exploiter une représentation graphique d'une fonction sur un intervalle donné pour obtenir : – l'image d'un nombre réel par une fonction donnée ; – un tableau de valeurs d'une fonction donnée.	La représentation exploitée est soit obtenue à l'aide des TIC soit fournie.
Décrire les variations d'une fonction avec un vocabulaire adapté ou un tableau de variation.	La fonction est donnée par une représentation graphique.

2.4 Utilisation de fonctions de référence

Capacités	Indicateurs pour l'évaluation
Sur un intervalle donné, étudier les variations et représenter les fonctions de référence $x \mapsto 1$, $x \mapsto x$, $x \mapsto x^2$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto \sqrt{x}$ et $x \mapsto x^3$.	L'intervalle envisagé peut être, sauf pour la fonction inverse et la fonction racine carrée, l'ensemble des nombres réels.
Représenter les fonctions de la forme $f + g$ et $k\,f$ où f est une fonction de référence, g une fonction constante et k un nombre décimal donné. Utiliser les TIC pour conjecturer les variations de ces fonctions.	Utiliser les représentations graphiques des fonctions de référence $x \mapsto 1$, $x \mapsto x$, $x \mapsto x^2$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto \sqrt{x}$ et $x \mapsto x^3$.
Représenter une fonction affine.	L'évaluation ne concerne pas les droites d'équation $x = a$.
Déterminer le sens de variation d'une fonction affine.	
Déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine à partir de la donnée de deux nombres et de leurs images.	
Déterminer par calcul si un point M du plan appartient ou non à une droite d'équation donnée.	

Résoudre graphiquement une équation de la forme $f(x) = c$ où c est un nombre réel et f une fonction affine ou une fonction de la forme $x \mapsto x^2 + k$, $x \mapsto k\ x^2$, $x \mapsto \frac{1}{x} + k$, $x \mapsto \frac{k}{x}$, $x \mapsto \sqrt{x} + k\sqrt{x}$ $x \mapsto kx$, $x \mapsto x^3 + k$, $x \mapsto k\,x^3$ où k est un nombre décimal donné.	

2.5 Suites numériques

Capacités	Indicateurs pour l'évaluation
Reconnaître une suite arithmétique, une suite géométrique par le calcul ou à l'aide d'un tableur. Reconnaître graphiquement une suite arithmétique à l'aide d'un grapheur. Réaliser une représentation graphique d'une suite (u_n) arithmétique ou géométrique.	La comparaison de deux suites ne s'effectue qu'à l'aide de leurs représentations graphiques. Le sens de variation d'une suite est étudié à partir de la représentation graphique de cette suite.

3. GÉOMÉTRIE

3.1 De la géométrie dans l'espace à la géométrie plane

Capacités	Indicateurs pour l'évaluation
Représenter avec ou sans TIC un solide usuel.	Sans TIC le solide est représenté en perspective cavalière.
Lire et interpréter une représentation en perspective d'un solide usuel.	Les solides usuels sont le cube, le parallélépipède rectangle, la pyramide, le cylindre droit, le cône de révolution.
Reconnaître, nommer des solides usuels inscrits dans d'autres solides.	Les solides étudiés sont choisis dans le domaine professionnel ou la vie courante.
Isoler, reconnaître et construire en vraie grandeur une figure plane extraite d'un solide usuel à partir d'une représentation en perspective cavalière.	La construction de la figure extraite ne nécessite aucun calcul. Les figures planes considérées sont le triangle, le carré, le rectangle, le losange, le parallélogramme et le cercle.
Construire et reproduire une figure plane à l'aide des instruments de construction usuels ou d'un logiciel de géométrie dynamique.	

3.2 Géométrie et nombres

Capacités	Indicateurs pour l'évaluation
Utiliser les théorèmes et les formules pour : – calculer la longueur d'un segment, d'un cercle ; – calculer la mesure, en degré, d'un angle ; – calculer l'aire d'une surface ; – calculer le volume d'un solide.	Les formules du volume d'une pyramide, d'un cylindre droit, d'un cône, d'une sphère sont fournies.